



УДК 624.072.225

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.3.11-19

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

Оценка вероятности возникновения нормальных трещин в железобетонной балке с вероятностными параметрами, лежащей на стохастической полуплоскости

П.Д. Дёминов^{1*}

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация
*p-deminov@mail.ru

Ключевые слова: железобетонная балка, вероятностные параметры, стохастическая полуплоскость, вероятность образования трещин

История статьи

Поступила в редакцию: 06.03.2023

Доработана: 20.04.2023

Принята к публикации: 24.04.2023

Для цитирования

Дёминов П.Д. Оценка вероятности возникновения нормальных трещин в железобетонной балке с вероятностными параметрами, лежащей на стохастической полуплоскости, Железобетонные конструкции. 2023. Т. 3. № 3. С. 11–19.

Аннотация. Рассматривается работа железобетонной балки, покоящейся на упругом основании. Прочностные характеристики материалов балки – бетона и арматуры – рассматриваются как случайные нормально распределённые величины. Получены параметры распределения плотности вероятности начальной жёсткости балки, момента трещиностойкости балки при контроле прочности бетона на сжатие и растяжение. Основание балки рассматривается как статистически неоднородная упругая полуплоскость с модулем упругости грунта, принимаемым квазистационарной случайной функцией глубины. Нагрузка на балку, её геометрические параметры и модуль упругости грунта основания принимаются детерминированными величинами. Получены параметры плотности распределения вероятности изгибающих моментов в железобетонной балке, лежащей на стохастической полуплоскости, и вероятности образования нормальных трещин в ней для случая контроля прочности бетона только на сжатие и для случая контроля прочности бетона, как на сжатие, так и на растяжение.

Assessment of the Probability of Occurrence of Normal Cracks in a Reinforced Concrete Beam with Probabilistic Parameters Lying on a Stochastic Half-Plane

Pavel D. Deminov^{1*}

¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation

*p-deminov@mail.ru

Keywords: reinforced concrete beam, probability parameters, stochastic half-plane, crack formation probability

Article history

Received: 06.03.2023

Revised: 20.04.2023

Accepted: 24.04.2023

Abstract. The work of a reinforced concrete beam resting on an elastic foundation is considered. The strength characteristics of the beam materials - concrete and reinforcement - are considered as random normally distributed quantities. The parameters of the distribution of the probability density of the initial stiffness of the beam, the moment of crack resistance of the beam under the control of the strength of concrete in compression and tension are obtained. The beam base is considered as statistically inhomogeneous elastic half-plane with the soil elasticity modulus taken as a quasi-stationary random function of depth. The load on the beam, its geometric parameters and the modulus of elasticity of the foundation soil are taken as deterministic values.

Павел Дмитриевич Дёминов, кандидат технических наук, доцент, доцент, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; Scopus: 57205074129, ResearcherID: AFO-2772-2022, ORCID: 0000-0002-7521-0753, E-mail: p-deminov@mail.ru.

© Дёминов П.Д., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

For citation

Deminov P.D. Assessment of the Probability of Occurrence of Normal Cracks in a Reinforced Concrete Beam with Probabilistic Parameters Lying on a Stochastic Half-Plane. *Reinforced concrete structures*. 2023;3(3):11–19.

The parameters of the density distribution of the probability of bending moments in a reinforced concrete beam lying on a stochastic half-plane, and the probability of the formation of normal cracks in it, are obtained for the case of controlling the strength of concrete only in compression and for the case of controlling the strength of concrete both in compression and in tension.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что грунты [1-3], бетон [4-7] и арматура [8-11], а также нагрузки [12-14] обладают явно выраженными случайными свойствами. Для оценки надёжности работы железобетонной конструкции необходимо определить вероятности наступления предельных состояний конструкции [15], в том числе вероятность возникновения нормальных трещин.

Будем рассматривать кубиковую прочность бетона R и предел текучести арматуры σ_T балки на упругом основании как случайные нормально распределённые величины с математическими ожиданиями $\langle R \rangle$, $\langle \sigma_T \rangle$ и дисперсиями D_R , D_{σ_T} , соответственно.

Прочность бетона на растяжение R_{bt} также будем рассматривать как случайную нормально распределённую величину с математическим ожиданием $\langle R_{bt} \rangle$ и дисперсией $D_{R_{bt}}$.

Для практических расчетов с достаточной точностью в интересующей нас области прочность бетона при растяжении R_{bt} при контроле прочности бетона на сжатие и призмennую прочность бетона R_b будем принимать линейными функциями кубиковой прочности бетона (1):

$$\begin{aligned} R_b &= a_b R; \\ R_{bt} &= a_{bt} R + b_{bt}. \end{aligned} \quad (1)$$

В [16] получены математические ожидания $\langle R \rangle$, $\langle \sigma_T \rangle$, дисперсии D_R , D_{σ_T} и коэффициенты вариации ν_R , ν_{σ_T} кубиковой прочности бетона R_b и предела текучести арматуры σ_T , математическое ожидание $\langle R_{bt} \rangle$, дисперсия $D_{R_{bt}}$ и коэффициент вариации $\nu_{R_{bt}}$ прочности бетона при растяжении R_{bt} при контроле прочности бетона на растяжение, а также коэффициенты a_{bt} и b_{bt} при контроле прочности бетона на сжатие; коэффициент a_b можно принять равным 0,75.

Начальный модуль упругости бетона E_b будем принимать детерминированной функцией кубиковой прочности бетона вида (2):

$$E_b(R) = \frac{A \cdot R}{B + R}, \quad (\text{МПа}), \quad (2)$$

где $A = 58800$, $B = 21$ – по О. Графу [17]; $A = 55000$, $B = 18,7$ – по М. Рошу [18]; $A = 52000$, $B = 19,5$ – по Е. Шюле [19].

Параметры нормального распределения $p_{E_b}(E_b)$ начального модуля упругости бетона после линеаризации исходной зависимости будут иметь вид (3):

$$\langle E_b \rangle = \frac{A \langle R \rangle}{B + \langle R \rangle}; \quad D_{E_b} = \left[\frac{A \cdot B}{(B + \langle R \rangle)^2} \right]^2 D_R. \quad (3)$$

Можно упростить данную зависимость, приняв её линейной в следующем виде (4):

$$E_b(R) = \theta \cdot R, \quad (4)$$

где θ – коэффициент, равный $\theta = E_b^n / B$,

здесь E_b^n – начальный модуль упругости бетона по [20];

B – класс бетона на сжатие; например, для характерных в фундаментных конструкциях бетонов класса В15 $\theta = 1600$; касса В20 $\theta = 1375$.

Тогда параметры нормального распределения $p_{E_b}(E_b)$ начального модуля упругости бетона будут иметь вид (5):

$$\langle E_b \rangle = \theta \langle R \rangle; D_{E_b} = \theta^2 D_R. \quad (5)$$

Начальная жёсткость балки B_0 принимается равной [21]

$$B_0(R) = 0,85 I_{red}(R) E_b(R).$$

Приведенный момент инерции I_{red} поперечного сечения балки будем принимать равным (6):

$$I_{red}(R) = I_b + \frac{E_s}{E_b(R)} I_s, \quad (6)$$

где I_b и I_s – моменты инерции бетонной и арматурной частей сечения балки, соответственно, а E_s и $E_b(R)$ – модуль упругости арматуры и начальный модуль упругости бетона, при этом E_s принимается детерминированной величиной ввиду значительно меньшей изменчивости по сравнению с $E_b(R)$.

Тогда вероятностные характеристики нормального распределения начальной жесткости балки будут иметь вид (7):

$$\langle B_0(R) \rangle = 0,85 I_{red} \frac{A \cdot \langle R \rangle}{B + \langle R \rangle}; \quad D_{B_0} = (0,85 I_{red})^2 \left[\frac{A \cdot B}{(A + \langle R \rangle)^2} \right]^2 D_R, \quad (7)$$

или (8):

$$\langle B_0(R) \rangle = 0,85 I_{red} \theta \langle R \rangle; \quad D_{B_0} = (0,85 I_{red} \theta)^2 D_R. \quad (8)$$

Момент образования нормальных трещин в железобетонной балке можно записать в зависимости от метода контроля прочности бетона:

- при контроле прочности на растяжение и на сжатие (9):

$$M_{crc}(R_{bt}, R) = R_{bt} W_{pl}(R); \quad (9)$$

- при контроле прочности только на сжатие (10):

$$M_{crc}(R) = (a_{bt} R + b_{bt}) W_{pl}(R). \quad (10)$$

Упругопластический момент сопротивления прямоугольного железобетонного сечения для крайнего растянутого волокна бетона будем принимать детерминированной функцией случайной кубиковой прочности бетона (11):

$$\begin{aligned} W_{pl}(R) &= W_{pl_b} + W_s(R) = \\ &= b(h-x) \left(\frac{h}{2} + \frac{x}{6} \right) + 2 \frac{E_s}{E_b(R)} A_s \left(h_0 - \frac{x}{3} \right) - 2 \frac{E_s}{E_b(R)} A'_s \left(\frac{x-a'}{h-x} \right) \left(\frac{x}{3} - a' \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где W_{pl_b} – упругопластический момент сопротивления бетона балки;

$W_s(R)$ – приведенный момент сопротивления арматуры.

Высота сжатой зоны бетона x перед образованием нормальной трещины, тоже является функцией случайной кубиковой прочности бетона через его начальный модуль упругости (12):

$$x(R) = h \left\{ 1 - \frac{\left[h + 2 \left(1 - \frac{a'}{h} \right) \frac{E_s}{E_b(R)} A'_s b \right]}{2 \left[bh + \frac{E_s}{E_b(R)} (A_s + A'_s) \right]} \right\}. \quad (12)$$

Из этого выражения видно, что высота сжатой зоны бетона связана с кубиковой прочностью бетона достаточно сложной зависимостью. В [21] показано, что статистический разброс прочности бетона оказывает незначительное влияние на разброс высоты сжатой зоны бетона. Поэтому в дальнейшем будем принимать высоту сжатой зоны бетона детерминированной величиной, вычисленной при $R = \langle R \rangle$.

То же можно сказать о влиянии вероятностной природы кубиковой прочности бетона на упругопластический момент сопротивления (13):

$$W_s(R) = 2 \frac{E_s}{E_b(R)} A_s \left(h_0 - \frac{x}{3} \right) - 2 \frac{E_s}{E_b(R)} A'_s \left(\frac{x - a'}{h - x} \right) \left(\frac{x}{3} - a' \right). \quad (13)$$

Поэтому в дальнейшем мы пренебрежём случайным характером упругопластического момента сопротивления и будем считать его детерминированной величиной, вычисленной при $R = \langle R \rangle$, что существенно упрощает расчётный аппарат, т.е. будем иметь

- при контроле прочности на растяжение и на сжатие (14):

$$M_{crc}(R_{bt}) = R_{bt} W_{pl}(\langle R \rangle); \quad (14)$$

- при контроле прочности только на сжатие (15):

$$M_{crc}(R) = (a_{bt} R + b_{bt}) W_{pl}(\langle R \rangle). \quad (15)$$

Найдем параметры распределения (математическое ожидание и дисперсию) момента образования нормальных трещин при контроле прочности бетона на растяжение и сжатие, они будут равны (16):

$$\langle M_{crc} \rangle = W_{pl} \langle R_{bt} \rangle; \quad D_{M_{crc}} = W_{pl}^2(\langle R \rangle) D_{R_{bt}}, \quad (16)$$

а при контроле прочности бетона на сжатие с учётом выражений будем иметь (17):

$$\langle M_{crc} \rangle = W_{pl}(a_{bt} \langle R \rangle + b_{bt}); \quad D_{M_{crc}} = W_{pl}^2(\langle R \rangle) a_{bt}^2 D_R. \quad (17)$$

Условная плотность распределения вероятности момента трещиностойкости при конкретной реализации прочности бетона будет подчиняться нормальному закону и при контроле прочности на сжатие имеет вид (18):

$$p_{M_{crc}}(M_{crc}, R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{M_{crc}}}} \exp \left[-\frac{(M_{crc}(R) - \langle M_{crc} \rangle)^2}{2 D_{M_{crc}}} \right], \quad (18)$$

а при конкретной реализации прочности бетона при контроле прочности на растяжение и сжатие имеет вид (19):

$$p_{M_{crc}}(M_{crc}, R_{bt}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{M_{crc}}}} \exp \left[-\frac{(M_{crc}(R_{bt}) - \langle M_{crc} \rangle)^2}{2 D_{M_{crc}}} \right]. \quad (19)$$

МЕТОД

Рассмотрим теперь изгиб бесконечно длинной железобетонной балки высотой сечения h и шириной сечения b , лежащей на статистически неоднородной упругой полуплоскости. Нагрузку и геометрические размеры балки будем полагать детерминированными величинами. Рассмотрим случай изгиба фундаментной балки [22], лежащей на упругой полуплоскости, когда модуль упругости основания принимается квазистационарной случайной функцией глубины y (20):

$$E_{rp.}(y) = \frac{1}{a_0} \exp(\alpha y), \quad (0 < a_0 < \infty; -2 \leq \alpha \leq 2) \quad (20)$$

а геометрические размеры балки являются детерминированными величинами. В нашем случае, прочностные и деформационные характеристики железобетонной балки будем рассматривать

как случайные величины. Коэффициент Пуассона $\mu_{гр.}$ основания принимаем неслучайной величиной.

Рассмотрим сначала случай конкретной реализации случайной кубиковой прочности бетона R . Применим к решению задачи изгиба балки на упругой полуплоскости метод канонических разложений [23], который был использован в работе [24], обобщая его для случая нагружения балки системой N сосредоточенных сил P_j , приложенных к балке с шагом l .

Математическое ожидание $\langle M(x, R) \rangle$ изгибающих моментов в балке на упругой полуплоскости в этом случае будет равно [25] (21):

$$\langle M(x, R) \rangle = \frac{B_0(R)}{\pi} \sum_{j=0}^N P_j \int_0^{\infty} \frac{n^2 \langle h(n) \rangle \cos[n(x - jl)] dn}{1 + \langle h(n) \rangle n^4 B_0(R)}; \quad (21)$$

где математическое ожидание параметра $\langle h(n) \rangle$ и коэффициенты m и β равны (22):

$$\langle h(n) \rangle = \frac{a_0 (2m + \alpha) n^2 - \mu_{гр.} a_0 \alpha (m^2 + \beta^2)}{n^2 [(m + \alpha)^2 + \beta^2]}, \quad (22)$$

$$m = n + 0,1 - \alpha/2 + \frac{(\mu_{гр.} \alpha)^2}{n + 0,1}; \quad \beta = \frac{\alpha (1 + \mu_{гр.})^{1/2}}{2}.$$

Дисперсия $D_M(x, R)$ изгибающих моментов в балке запишется в виде (23):

$$D_M(x, R) = \frac{B_0^2(R)}{\pi^2} \sum_{j=0}^N \sum_{k=0}^{\infty} D_k \left[\left(\int_0^{\infty} \frac{n^2 \Phi_k(n) \cos[n(x - jl)] dn}{1 + \langle h(n) \rangle n^4 B_0(R)} - \right. \right. \\ \left. \left. - B_0(R) \int_0^{\infty} \frac{n^6 \Phi_k(n) \langle h(n) \rangle \cos[n(x - jl)] dn}{[1 + \langle h(n) \rangle n^4 B_0(R)]^2} \right)^2 + \left(\int_0^{\infty} \frac{n^2 \Omega_k(n) \cos[n(x - jl)] dn}{1 + \langle h(n) \rangle n^4 B_0(R)} \right. \right. \\ \left. \left. - B_0(R) \int_0^{\infty} \frac{n^6 \Omega_k(n) \langle h(n) \rangle \cos[n(x - jl)] dn}{[1 + \langle h(n) \rangle n^4 B_0(R)]^2} \right)^2 \right], \quad (23)$$

где Φ_k и Ω_k являются функциями параметров $a_0, \alpha, \mu_{гр.}, n$;

а дисперсии коэффициентов канонического разложения будут равны (24):

$$D_k = \frac{\pi}{H_0} S(\omega_k), \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad D_0 = \frac{\pi}{2 H_0} S(0), \quad (24)$$

здесь $S(\omega_k)$ – спектральная плотность случайной функции $K_{гр.}(y) = 1/E_{гр.}(y)$ (25):

$$\omega_k = \frac{k \pi}{2 H_0}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (25)$$

Корреляционную функцию $K_{K_{гр.}}(\tau)$ случайной функции $K_{гр.}(y)$ можно принять, например, в виде [26] (26):

$$K_{K_{гр.}}(\tau) = D_{K_{гр.}} e^{-v_{гр.}(\tau)^2} \cos[\varphi_{гр.}(\tau)], \quad (26)$$

или в виде [1] (27):

$$K_{K_{гр.}}(\tau) = D_{K_{гр.}} e^{-v_{гр.}|\tau|} \cos[\varphi_{гр.}(\tau)], \quad (27)$$

где $v_{гр.} > 0, \varphi_{гр.} > 0$ – опытные коэффициенты, которые подбираются на основе экспериментальных данных.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Спектральные плотности $S(\omega)$, соответствующие вышеприведённым корреляционным функциям, будут иметь вид [27,28] (28):

$$S(\omega_k) = \frac{D_{K_{гр.}}}{4\sqrt{\pi v_{гр.}}} \left\{ \exp \left[-\frac{(\omega_k - \varphi_{гр.})^2}{4v_{гр.}} \right] + \exp \left[-\frac{(\omega_k + \varphi_{гр.})^2}{4v_{гр.}} \right] \right\},$$

$$S(\omega_k) = \frac{D_{K_{гр.}} v_{гр.}}{\pi} \left\{ \frac{\omega_k^2 + v_{гр.}^2 + \varphi_{гр.}^2}{[\omega_k^4 + 2(v_{гр.}^2 - \varphi_{гр.}^2)\omega_k^2 + (v_{гр.}^2 + \varphi_{гр.}^2)]} \right\}. \quad (28)$$

Распределение плотности вероятности изгибающих моментов в балке на упругом случайном основании в виде полуплоскости с квазистационарным по глубине модулем упругости этом случае для конкретной реализации случайной кубиковой прочности бетона примем нормальным вида (29):

$$p_M(x, M, R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_M(x, R)}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{M - \langle M(x, R) \rangle}{\sqrt{D_M(x, R)}} \right)^2 \right]. \quad (29)$$

Зная функцию изгибающих моментов в балке и её момент трещиностойкости, который зависит от метода контроля прочности бетона, можно определить вероятность появления трещин $\mathbb{P}_{M_{crc}}(x)$ в балке в произвольном по длине нормальном сечении. Это произойдет тогда, когда случайное значение изгибающего момента $M(x, R)$ превысит случайное значение момента трещиностойкости $M_{crc}(R)$ или $M_{crc}(R_{bt})$, при этом нужно учесть, что прочностные характеристики бетона принимаются нормально распределенными случайными величинами с плотностями распределения $p_{R_{bt}}(R_{bt})$ и $p_R(R)$.

Тогда полная вероятность появления нормальных трещин в произвольном сечении балки будет равна при контроле только кубиковой прочности бетона (30):

$$\mathbb{P}_{M_{crc}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_R(R) \int_{M_{crc}(R)=(a_{bt}R + b_{bt})W_{pl}(<R>)}^{\infty} p_M(x, M, R) dM dR, \quad (30)$$

а при контроле и кубиковой прочности бетона и прочности бетона на растяжение (31):

$$\mathbb{P}_{M_{crc}}(x) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_{R_{bt}}(R_{bt}) p_R(R) \int_{M_{crc}(R_{bt})=R_{bt}W_{pl}(<R>)}^{\infty} p_M(x, M, R) dM dR_{bt} dR. \quad (31)$$

Очевидно, что наибольшая вероятность появления нормальных трещин в железобетонной фундаментной балке будет в сечении с наибольшим математическим ожиданием изгибающих моментов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены параметры плотности распределения вероятности изгибающих моментов в железобетонной балке, лежащей на стохастической полуплоскости, и вероятность образования нормальных трещин в ней для случаев контроля прочности бетона только на сжатия и для случая контроля прочности бетона, как на сжатие, так и на растяжение.

БЛАГОДАРНОСТИ

Посвящается светлой памяти моего учителя члена-корреспондента АН СССР, профессора Н.Н. Складнева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Благондежин В. Л., Кудрявцев Е. П. Статистическое исследование деформаций песчаных оснований и трубопроводов подземных волноводных линий связи. Докл. научно-техн. конф. МЭИ, Секция энергомашиностроительная, подсекция динамики и прочности машин. М.: изд. МЭИ, 1965, - С. 309-323.
2. Кудрявцев Е.П., Новожилов А.В., Судакова Н.И. Статистическое исследование деформационных свойств песчаных оснований, Основания, фундаменты и механика грунтов. 1967. № 6. С.10-14.

3. Коновалов П.А., Рудницкий Н.Я. О коэффициенте изменчивости модуля деформации грунта, Основания, фундаменты и механика грунтов. 1964. №3. С. 16-17.
4. Гусев Б.В., Звездов А.И. Теоретические и экспериментальные исследования статистических вопросов прочности бетонов, Строительные материалы. 2017. № 11. С.18–21.
5. Добишиц Л.М., Белов А.В. Изменчивость прочности бетона в конструкциях, Инновации и инвестиции. 2018. № 12. С. 222-224.
6. Краснощёков Ю.В., Заполева М. Ю. Основы проектирования конструкций зданий и сооружений. М.; Инфра-Инженерия. 2018. 316 с.
7. MacGregor, J.G., Mirza S.A., Ellingwood B. Statistical analysis of resistance of reinforced and prestressed concrete members. Journal of the American Prestressed Concrete Institute. 1983. vol. 80. № 3. p. 167 – 176.
8. Лычев А. С. Надежность строительных конструкций. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2008. 184 с.
9. Лычев А. С., Корякин В. П. Надежность железобетонных конструкций. Куйбышев: Куйбышевский инженерно-строительный институт, 1974. 126 с.
10. Косенко Е.Е. Косенко В.В., Черпаков А.В. К вопросу о влиянии геометрических размеров на прочностные характеристики арматурных сталей, Инженерный вестник Дона. №4. 2010. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5150.
11. Виноградов О. Г. Изменчивость свойств арматуры класса Ат-V, Вопросы надежности железобетонных конструкций. Куйбышев: Куйбышевский арх.-стр. ин-т, 1977. С. 206-209.
12. Краснощёков Ю. Учёт изменчивости постоянных нагрузок при расчёте конструкций зданий и сооружений, Вестник СиБАДИ. Т. 15, № 1. 2018. С. 88-97. URL: doi.org/10.26518/2071-7296-2018-1-88.
13. Кикин А.И., Кошутин Б.Н., Валь В.Н., Куни Ю.С. Исследование вертикальных нагрузок от мостовых кранов. - В кн.: Проблемы надежности в строительном проектировании. Свердловск. 1972. С. 88-91.
14. Клепиков, Л.В. Статистический анализ данных о скорости ветра в различных районах. Расчёт строительных конструкций: Тр. ЦНИИСК. - М.: Стройиздат, 1976. Вып. 42. С. 58 – 81.
15. Тамразян А.Г. Методология анализа и оценки надежности состояния и прогнозирование срока службы железобетонных конструкций, Железобетонные конструкции. 2023. Т. 1, № 1. С. 5–18.
16. Деминов П.Д. К оценке статистических параметров железобетонной балки на упругом основании, имеющем стохастические характеристики, Строительство и реконструкция. 2018. № 5 (79). С.5-12.
17. Graf O. Beziehungen zwischen Druckfestigkeit und Druckelastizität des Betons bei zulässiger Anstrengung desselben, Beton und Eisen. 22, Jg., H. 1. 1923. Pp.18-36.
18. Roß, M. Versuche und Erfahrungen an ausgeführten Eisenbeton - Bauwerken in der Schweiz. Erste Ergänzung 1938 – 1939. EMPA-Berichte: Vol. 99, Zürich. 1939. Pp. 28-29.
19. Schüle E. Schweizerische Bauzeitung. Bd. LXXVII, Nr. 10. 1921. Pp.115-116.
20. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003. Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации. М.: Стандартинформ, 2019. 119 с.
21. Деминов П.Д. Вероятностные параметры жесткости железобетонной балки, лежащей на стохастически неоднородном основании, Строительство и реконструкция. 2022. № 6. С. 12-21.
22. Юсупов А.К. Напряженное состояние статистически неоднородной линейной упругой полуплоскости, Строительная механика и расчёт сооружений. 1969. № 5. С. 32-34.
23. Пугачёв В.С. Теория случайных функций и её применение к задачам автоматического управления. М: Фихматиздат, 1960. С.248-303.
24. Юсупов А. К. Напряженное состояние статистически неоднородной упругой полуплоскости с переменным по глубине модулем упругости, Новые методы расчета строительных конструкций: Сб. науч. тр. ЦНИИСК.- М.: Стройиздат, 1971. С.140-146.
25. Деминов П.Д. Оценка вероятностных параметров прогибов и усилий в железобетонной балке со случайными характеристиками, лежащей на статистически неоднородной полуплоскости, Инженерный вестник Дона. 2023. № 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8124.
26. Болотин В.В. Об упругих деформациях подземных трубопроводов, прокладываемых в статистически неоднородном грунте, Строительная механика и расчет сооружений. 1965. № 1. С. 4-8.
27. Раскатов С.Н. Расчет балочных и плитных свайных ростверков на упругом стохастическом основании: дисс. ... канд. техн. наук: М.: Моск. инж.-строит. ин-т им. В. В. Куйбышева, 1977. С. 25-31.
28. Яглом А.М. Корреляционная теория стационарных случайных функций с примерами из метеорологии. - Л.: Гидрометеиздат, 1981. С. 121-130.

REFERENCES

1. Blagonadezhin V. L., Kudryavtsev E. P. Statisticheskoe issledovanie deformacij peschanyh osnovanij i truboprovodov podzemnyh volnovodnyh linij svyazi [Statistical study of deformations of sandy foundations and pipelines of underground waveguide communication lines]. Dokl. nauchno-tekhn. konf. MEI, Sekciya energomashinostroitel'naya, podsekcija dinamiki i prochnosti mashin. Moscow: Publication MEI, 1965. Pp. 309-323. (Rus.)
2. Kudryavtsev E.P., Novozhilov A.V., Sudakova N.I. Statisticheskoe issledovanie deformacionnyh svojstv peschanyh osnovanij [Statistical study of the deformation properties of sandy foundations]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov*. 1967. No 6. Pp. 10-14. (Rus.)
3. Konovalov P.A., Rudnickij N.YA. O koefficiente izmenchivosti modulya deformacii grunta [On the coefficient of variability of the modulus of soil deformation]. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov*. 1964. No 3. Pp. 16-17.
4. Gusev B.V., Zvezdov A.I. Teoreticheskie i eksperimental'nye issledovaniya statisticheskikh voprosov prochnosti betonov [Theoretical and experimental studies of statistical issues of concrete strength]. *Stroitel'nye materialy*. 2017. No 11. Pp.18–21. (Rus.)
5. Dobshic L.M., Belov A.V. Izmenchivost' prochnosti betona v konstrukcijah [Variability of concrete strength in structures]. *Innovacii i investicii*. 2018. No 12. Pp. 222-224. (Rus.)
6. Krasnoshchyokov YU.V. Zapoleva M. YU. Osnovy proektirovaniya konstrukcij zdaniy i sooruzhenij [Essentials of structure design of buildings and structures]. Moscow: Infra-Inzheneriya, 2018. 316 p. (Rus.)
7. MacGregor, J.G., Mirza S.A., Ellingwood B. Statistical analysis of resistance of reinforced and prestressed concrete members. – Journal of the American Prestressed Concrete Institute. 1983. vol. 80. No 3. Pp. 167 – 176. (Rus.)
8. Lychev A. S. Nadezhnost' stroitel'nyh konstrukcij [Reliability of building structures]. Moscow: Publishing ASV, 2008. 184 p. (Rus.)
9. Lychev A. S., V. P. Koryakin. Nadezhnost' zhelezobetonnyh konstrukcij [Reliability of reinforced concrete structures]. Kujbyshev: Kujbyshevskij inzhenerno-stroitel'nyj institut, 1974. 126 p. (Rus.)
10. Kosenko E.E. Kosenko V.V., Cherpakov A.V. K voprosu o vliyanii geometricheskikh razмеров na prochnostnye harakteristiki armaturnyh stalej [On the question of the influence of geometric dimensions on the strength characteristics of reinforcing steels]. *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2010. No 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5150. (Rus.)
11. Vinogradov O. G. Izmenchivost' svojstv armatury klassa At-V [Variability of properties of reinforcement class At-V]. *Voprosy nadezhnosti zhelezobetonnyh konstrukcij*. Kujbyshev: Kujbyshevskij arh.-str. in-t, 1977. Pp. 206-209. (Rus.)
12. Krasnoshchekov Yu. Uchyot izmenchivosti postoyannyh nagruzok pri raschyote konstrukcij zdaniy i sooruzhenij [Accounting for the variability of constant loads in the calculation of structures of buildings and structures]. *Vestnik SibADI*. 2018. Vol. 15. No. 1. Pp. 88-97. URL: doi.org/10.26518/2071-7296-2018-1-88. (Rus.)
13. Kikin A.I., Koshutin B.N., Val' V.N., Kunin U.S. Issledovanie vertikal'nyh nagruzok ot mostovyh kranov. [Study of vertical loads from overhead cranes]. In the book: Problemy nadezhnosti v stroitel'nom proektirovanii. Sverdlovsk, 1972. Pp. 88-91. (Rus.)
14. Klepikov L.V. Statisticheskij analiz dannyh o skorosti vetra v razlichnyh rajonah [Statistical analysis of wind speed data in various areas]. Raschyot stroitel'nyh konstrukcij: Tr. CNIISK. Moscow: Strojizdat, 1976. Vol. 42. Pp. 58 – 81. (Rus.)
15. Tamrazyan A.G. Methodology for the Analysis and Assessment of the Reliability of the State and Prediction the Service Life of Reinforced Concrete Structures. *Reinforced Concrete Structures*. 2023. No 1(1). Pp. 5–18. (Rus.)
16. Deminov P.D. K ocenke statisticheskikh parametrov zhelezobetonnoj balki na uprugom osnovanii, imeyushchem stohasticheskie harakteristiki [On the evaluation of the statistical parameters of a reinforced concrete beam on an elastic foundation with stochastic characteristics]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2018. No. 5 (79). Pp. 5-12. (Rus.)
17. Rekomendacii po ocenke i obespecheniyu nadezhnosti transportnyh sooruzhenij [Recommendations for assessing and ensuring the reliability of transport facilities]. CNIIS Mintransstroya USSR. Moscow, 1989. 75 p. (Rus.)
18. SP 63.13330.2018. Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovnye polozheniya [Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions]. SNiP 52-01-2003. Ministerstvo stroitel'stva i zhilishchno-kommunal'nogo hoz'yajstva Rossijskoj Federacii. Moscow: Standartinform, 2019. 119 p. (Rus.)
19. Graf O. Beziehungen zwischen Druckfestigkeit und Druckelastizität des Betons bei zulässiger Anstrengung desselben. *Beton und Eisen*. 1923. 22, Jg., H. 1. Pp.18-36.
20. Roš, M. Versuche und Erfahrungen an ausgeführten Eisenbeton - Bauwerken in der Schweiz. Erste Ergänzung 1938 – 1939. EMPA-Berichte: Vol. 99, Zürich, 1939. Pp. 28-29.
21. Schüle E. Schweizerische Bauzeitung. Bd. LXXVII, Nr. 10. 1921. Pp.115-116.
22. Deminov P.D. Veroyatnostnye parametry zhestkosti zhelezobetonnoj balki, lezhashchej na stohasticheski neodnorodnom osnovanii [Probabilistic stiffness parameters of a reinforced concrete beam lying on a stochastically inhomogeneous foundation]. *Stroitel'stvo i rekonstrukciya*. 2022. No. 6. Pp. 12-21. (Rus.)

23. Usupov A.K. Napryazhennoe sostoyanie statisticheski neodnorodnoj linejnoy uprugoy poluploskosti [Stress state of a statistically inhomogeneous linear elastic half-plane]. *Stroitel'naya mekhanika i raschyot sooruzhenij*. 1969. No. 5. Pp. 32-34. (Rus.)
24. Pugachyov V.S. Teoriya sluchajnyh funkcij i eyo primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya [Theory of random functions and its application to automatic control problems]. Moscow: Fihmat-izdat, 1960. Pp. 248-303. (Rus.)
25. Usupov A. K. Napryazhennoe sostoyanie statisticheski neodnorodnoj uprugoy poluploskosti s peremennym po glubine modulem uprugosti [Stress state of a statistically Inhomogeneous elastic half-plane with depth-varying modulus of elasticity]. *Novye metody rascheta stroitel'nyh konstrukcij: Proceeding of CNIISK*. Moscow: Strojizdat, 1971. Pp. 140-146. (Rus.)
26. Deminov P.D. Ocenka veroyatnostnyh parametrov progibov i usilij v zhelezobetonnoj balke so sluchajnymi harakteristikami, lezhashchej na statisticheski neodnorodnoj poluploskosti [Estimation of probabilistic parameters of deflections and forces in a reinforced concrete beam with random characteristics lying on a statistically inhomogeneous half-plane]. *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2023. No. 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2023/8124. (Rus.)
27. Bolotin V.V. Ob uprugih deformatsiyah podzemnyh truboprovodov, prokladyvaemyh v statisticheski neodnorodnom grunte [On elastic deformations of underground pipelines laid in statistically heterogeneous soil]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij*. 1965. No. 1. Pp. 4-8. (Rus.)
28. Raskatov S.N. Raschet balochnyh i plitnyh svajnyh rostverkov na uprugom stohasticheskom osnovanii [Calculation of beam and slab pile grillages on an elastic stochastic foundation] diss. ... kand. tekhn. nauk: Moscow: Mosk. inzh.-stroit. in-t im. V. V. Kujbysheva, 1977. Pp. 25-31. (Rus.)
29. Yaglom A.M. Korrelyacionnaya teoriya stacionarnykh sluchajnykh funkcij s primerami iz meteorologii [Correlation theory of stationary random functions with examples from meteorology]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1981. Pp. 121-130. (Rus.)