



УДК 624.012.45

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.3.20-31

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

Исследование трещинообразования в железобетонных конструкциях при помощи нормируемых деформационных моделей

М.В. Моргунов^{1*}, А.А. Людкевич¹

¹ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», г. Брянск, Россия

* 5555@bk.ru

Ключевые слова: момент трещинообразования, нелинейная деформационная модель, диаграмма состояния бетона, железобетонная балка

История статьи

Поступила в редакцию: 26.02.2023

Доработана: 17.03.2023

Принята к публикации: 27.03.2023

Для цитирования

Моргунов М.В., Людкевич А.А. Исследование трещинообразования в железобетонных конструкциях при помощи нормируемых деформационных моделей, Железобетонные конструкции. 2023. Т. 3. № 3. С. 20–31.

Аннотация. В данном исследовании проводится подробный анализ применения нормируемых деформационных моделей для вычисления такой расчетной характеристики железобетонных элементов, как трещиностойкость. Для теоретической проверки значений момента трещинообразования используются методы расчета, основанные на применении нелинейной деформационной модели.

В ходе теоретического исследования момента трещинообразования с использованием нелинейной деформационной модели установлено, что применение двухлинейной диаграммы деформирования бетона позволяет получить наиболее точные значения момента образования трещин.

Investigation of Cracking in Reinforced Concrete Structures by Means of Standardized Deformation Models

M.V. Morgunov^{1*}, A.A. Ludkevich¹

¹Bryansk State Engineering and Technology University, Bryansk, Russian Federation

* 5555@bk.ru

Keywords: cracking moment, non-linear deformation model, state diagram of concrete, reinforced concrete beam

Abstract. In this study, a detailed analysis of the use of standardized deformation models is carried out to calculate the design characteristics of reinforced concrete elements, such as crack resistance. For theoretical verification of the values of the moment of cracking, calculation methods based on the use of a nonlinear deformation model are used.

Михаил Валерьевич Моргунов, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», г. Брянск, Россия; SPIN-код: 4938-6492, E-mail: 5555@bk.ru.

Анжелика Алексеевна Людкевич, магистрант кафедры строительных конструкций, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», г. Брянск, Россия; E-mail: lyudkevich.anzhelika00@mail.ru.

© Моргунов В.М., Людкевич А.А., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Article history

Received: 26.02.2023

Revised: 17.03.2023

Accepted: 27.03.2023

A theoretical study of cracking moment using a non-linear deformation model shows that the application of a two-line diagram of concrete deformation allows to obtain the most accurate values of cracking moment.

For citation

Morgunov M.V., Lyudkevich A.A. Investigation of Cracking in Reinforced Concrete Structures by Means of Standardized Deformation Models. *Reinforced concrete structures*. 2023;3(3):20–31.

ВВЕДЕНИЕ

Бетон и железобетон – в настоящее время самые применяемые материалы в строительстве. Совершенствование железобетонных конструкций в большей степени зависит от выявления совершенствования новых методов расчета, которые будут обеспечивать надежность и уменьшать трудоемкость.

Трещины являются наиболее распространённым дефектом в железобетонных конструкциях [1-2]. Их образование зависит от ряда причин, среди возможных факторов их образования – ошибки при проектировании, нарушение технологии производства и не соблюдение стандартов изготовления, агрессивное воздействие окружающей среды и аварийные ситуации [3,4]. Важно избегать ошибок на всех этапах создания, реализации конструкций и выполнять контроль в процессе их эксплуатации [5].

На проектной стадии необходимо выполнить расчеты для недопущения появления трещин в железобетоне [6-14]. Такими расчетами являются расчеты, направленные на вычисление момента трещинообразования [15]. Среди широкого спектра методик вычисления, в рамках данного исследования выделим наиболее распространенные – расчет, основанный на теории о нелинейности деформаций [16].

Отдельное внимание стоит уделить применению методики с использованием диаграмм формирования для бетона и арматуры [17-19]. Данный метод широко применяется в зарубежной практике и набирает значимость в России в расчетах на прочность и деформативность железобетона, базой которого служит гипотеза плоских сечений [20].

Для выполнения теоретических исследований были поставлены следующие задачи:

- выполнить численные исследования момента трещинообразования изгибаемых бетонных элементов балочного типа посредством расчета по нелинейной деформационной модели с применением диаграмм состояния бетона;
- выполнить сравнительный анализ момента трещинообразования изгибаемых бетонных элементов балочного типа, вычисленного по методике нелинейной деформационной модели.

МЕТОДЫ

Объектом исследований являются железобетонные изгибаемые по балочной схеме образцы прямоугольного сечения: высотой $h = 18$ см, шириной $b = 12$ см и длиной 210 см [21]. Образцы изготовлены из одного состава бетона класса В30, схема нагружения которых представлена на рисунке 1.

Mikhail V. Morgunov, candidate of technical sciences, associate professor of the Department of Building Structures, Bryansk State Engineering and Technology University, Bryansk, Russia; SPIN-code: 4938-6492, E-mail: 5555@bk.ru..

Anzhelika A. Lyudkevich, master student of the department of building structures, Bryansk State Engineering and Technology University, Bryansk, Russia; E-mail: lyudkevich.anzhelika00@mail.ru.

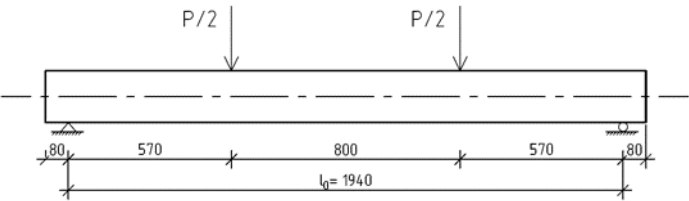


Рисунок 1. Схема загрузки образцов [21]
Figure 1. Scheme of loading samples [21]

Армирование производилось ненапрягаемой арматурой класса А400 в растянутой и сжатой зонах бетона (по два стержня). Конструкция образцов представлена на рисунке 2.

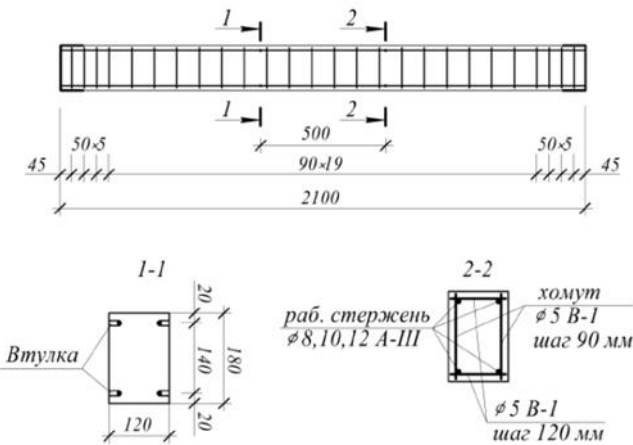


Рисунок 2. Конструкция образцов [21]
Figure 2. Sample design [21]

Основные прочностные и деформационные характеристики железобетонных образцов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Прочностные и деформационные характеристики арматуры

Шифр балок	Сечение образца $b \times h$, см	Арматура				Бетон		
		$\mu = \mu'$, %	$A_s = A'_s$, см ²	$R_{s,ser} = R_{s,n}$, МПа	E_s , МПа	$R_{bt,ser} = R_{bt,n}$, МПа	$R_{b,ser} = R_{b,n}$, МПа	E_b , МПа
К-8	12x18	0,52	1,005	478	$2 \cdot 10^5$	2,2	30,6	30700
К-10		0,82	1,57	522				
К-12		1,18	2,26	502				

Table 1

Strength and deformation characteristics of reinforcement

Beam code	Sample cross section $b \times h$, cm	Reinforcement				Concrete		
		$\mu = \mu'$, %	$A_s = A'_s$, cm ²	$R_{s,ser} = R_{s,n}$, MPa	E_s , MPa	$R_{bt,ser} = R_{bt,n}$, MPa	$R_{b,ser} = R_{b,n}$, MPa	E_b , MPa
К-8	12x18	0,52	1,005	478	$2 \cdot 10^5$	2,2	30,6	30700
К-10		0,82	1,57	522				
К-12		1,18	2,26	502				

Расчет момента трещинообразования нормального сечения ненапряженного изгибаемого элемента с использованием двухлинейной диаграммы состояния бетона.

В соответствии с принятыми основными положениями расчета с применением двухлинейной диаграммы деформирования бетона на растяжение эпюры деформаций и напряжений имеют вид, показанный на рис 3.

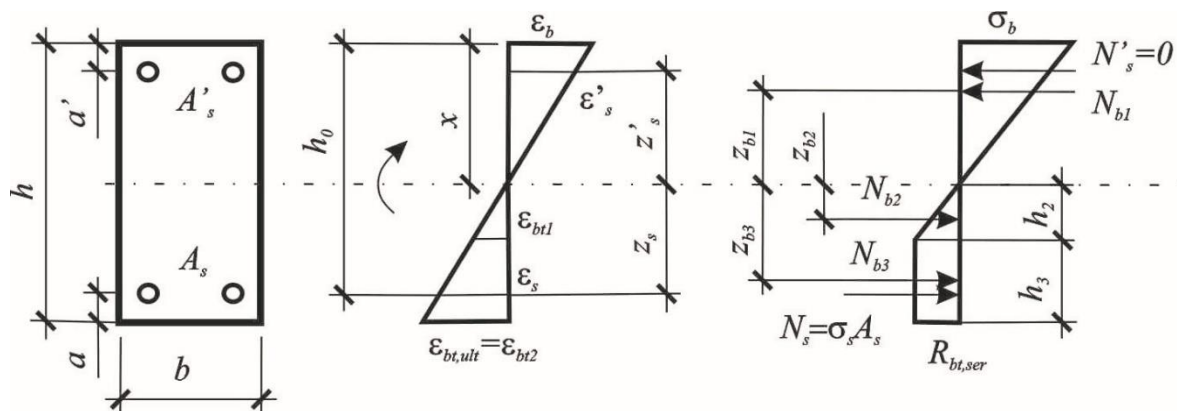


Рисунок 3. К расчету момента трещинообразования нормального сечения железобетонного ненапряженного изгибаемого элемента с использованием двухлинейной диаграммы состояния растяжения бетона

Figure 3. To the calculation of the moment of cracking of a normal section of a reinforced concrete unstressed bending element using a two-line diagram of the concrete tension state

Для двухрядного армирования ($i = 1$ и $j = 1$) уравнение равновесия с применением в качестве расчетной двухлинейной диаграммы принимает вид:

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(2\varepsilon_{bt2}-\varepsilon_{bt1}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^2}{2\chi} E_b b - \varepsilon'_s E_s A'_s + \varepsilon_s E_s A_s = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \varepsilon'_s &= \chi h - \varepsilon_{b2} - \chi a'; \\ \varepsilon_s &= \varepsilon_{bt2} - \chi a. \end{aligned}$$

Для симметричного армирования ($A_s = A'_s$; $a = a'$):

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(2\varepsilon_{bt2}-\varepsilon_{bt1}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^2}{2\chi} E_b b + (2\varepsilon_{bt2} - \chi h) E_s A_s = 0. \quad (2)$$

Соответственно упрощается уравнение момента трещинообразования M_{crc} :

$$M_{crc} = \frac{R_{bt}b}{6\chi^2}(3\varepsilon_{bt2}^2 - \varepsilon_{bt1}^2) + \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^3}{3\chi^2} E_b b + \varepsilon'_s E_s A'_s z'_s + \varepsilon_s E_s A_s z_s, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{где } \varepsilon'_s &= \chi h - \varepsilon_{b2} - \chi a'; \\ z'_s &= \frac{\chi h - \varepsilon_{bt2} - \chi a'}{\chi}; \\ \varepsilon_s &= \varepsilon_{bt2} - \chi a; \\ z_s &= \frac{\varepsilon_{bt2} - \chi a}{\chi}. \end{aligned}$$

Процедура последовательного приближения при проверке уравнения равновесия выполнялась в табличной форме. Далее приводятся таблицы с результатами расчетов, выполненных по двухлинейной диаграмме, для образцов с шифрами К-8 (рисунок 4). Аналогичным образом выполнен расчет для образцов К-10, К-12.

Для двухрядного армирования ($i = 1$ и $j=1$) с симметричным армированием ($A_s = A'_s$; $a = a'$) уравнение равновесия с применением в качестве расчетной трехлинейной диаграммы принимает вид:

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(\varepsilon_{bt2}-0.5\varepsilon_{bt1} - 0.2\varepsilon_{b0}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^2}{2\chi} E_b b + (2\varepsilon_{bt2} - \chi h) E_s A_s = 0. \quad (4)$$

После выполнения итерационного процесса и выполнения условия равновесия вычисляется значение M_{crc}

Далее приводятся таблицы с результатами расчетов, выполненных по трёхлинейной диаграмме, для образцов с шифрами К-8 (рисунок 6). Аналогичным образом выполнен расчет для образцов К-10, К-12.

№	ε _b	χ	x	ε _s	ε _{s'}	h ₁	h ₂	h ₃	h ₄	Σ
1	0,00015	1,66667E-05	9	0,00016667	0,000117	9	2,579805	3	3,420195	-768,034
2	0,00014	1,61111E-05	8,689655172	0,00017778	0,000108	8,689655	2,668763	3,103448	3,538133	-442,862
3	0,00013	1,55556E-05	8,357142857	0,00018889	9,89E-05	8,357143	2,764076	3,214286	3,664495	-119,582
4	0,000129	0,0000155	8,322580645	0,000119	0,000098	8,322581	2,773983	3,225806	3,67763	-87,3656
5	0,000128	1,54444E-05	8,287769784	0,00019111	9,71E-05	8,28777	2,783962	3,23741	3,690858	-55,1707
6	0,000127	1,53889E-05	8,252707581	0,00019222	9,62E-05	8,252708	2,794012	3,249097	3,704183	-22,9972
7	0,0001269	1,53833E-05	8,249187432	0,00019233	9,61E-05	8,249187	2,795021	3,250271	3,705521	-19,781
8	0,0001268	1,53778E-05	8,24566474	0,00019244	9,6E-05	8,245665	2,796031	3,251445	3,706859	-16,5651
9	0,0001267	1,53722E-05	8,242139501	0,00019256	9,6E-05	8,24214	2,797041	3,25262	3,708199	-13,3494
10	0,0001266	1,53667E-05	8,238611714	0,00019267	9,59E-05	8,238612	2,798053	3,253796	3,70954	-10,1339
11	0,0001265	1,53611E-05	8,235081374	0,00019278	9,58E-05	8,235081	2,799065	3,254973	3,710881	-6,91856
12	0,0001264	1,53556E-05	8,23154848	0,00019289	9,57E-05	8,231548	2,800077	3,256151	3,712224	-3,70349
13	0,0001263	0,00001535	8,228013029	0,0001193	9,56E-05	8,228013	2,801091	3,257329	3,713567	-0,48864
14	0,0001262	1,53444E-05	8,224475018	0,00019311	9,55E-05	8,224475	2,802105	3,258508	3,714912	2,725999
15	0,0001261	1,53389E-05	8,220934444	0,00019322	9,54E-05	8,220934	2,80312	3,259689	3,716257	5,940417

№	ε _b	χ	A, кг	B, кг	C, кг	Σ
1	0,00015	1,66667E-05	1718,665798	2486,7	0	-768,034
2	0,00014	1,61111E-05	1777,930136	2240,888276	20,096	-442,862
3	0,00013	1,55556E-05	1841,427641	2001,201429	40,192	-119,582
4	0,000129	0,0000155	1848,02774	1977,594968	42,2016	-87,3656
5	0,000128	1,54444E-05	1854,675322	1954,057209	44,2112	-55,1707
6	0,000127	1,53889E-05	1861,3709	1930,588895	46,2208	-22,9972
7	0,0001269	1,53833E-05	1862,043118	1928,245912	46,42176	-19,781
8	0,0001268	1,53778E-05	1862,715822	1925,903632	46,62272	-16,5651
9	0,0001267	1,53722E-05	1863,389011	1923,562056	46,82368	-13,3494
10	0,0001266	1,53667E-05	1864,062688	1921,221184	47,02464	-10,1339
11	0,0001265	1,53611E-05	1864,736851	1918,881016	47,2256	-6,91856
12	0,0001264	1,53556E-05	1865,411503	1916,541555	47,42656	-3,70349
13	0,0001263	0,00001535	1866,086643	1914,2028	47,62752	-0,48864
14	0,0001262	1,53444E-05	1866,762272	1911,864752	47,82848	2,725999
15	0,0001261	1,53389E-05	1867,43839	1909,527413	48,02944	5,940417
M_{crc}	23970,99436	кг*см	2,397099436	кН*м		

Рисунок 6. Расчетная таблица по трехлинейной диаграмме, арматура диаметром 8 мм (образец К-8)
Figure 6. Calculation table according to a three-line diagram, reinforcement with a diameter of 8 mm (sample K-8)

Определение момента образования трещин по расчетным деформациям арматуры растянутой зоны.

Для определения величины момента образования трещин в работе использовались графики зависимости момента образования трещин от деформаций арматуры, построенные по результатам испытаний железобетонных образцов. Принималась величина относительных деформаций арматуры $\varepsilon_s = 11.93 \times 10^{-5}$ полученная в результате расчета по двухлинейным и трехлинейным диаграммам (рисунки 4, 6). Для данного значения относительных деформаций по графикам определялся момент трещинообразования для каждого вида образцов. Определение момента M_{crc} по опытным графикам представлено на рисунке 7.

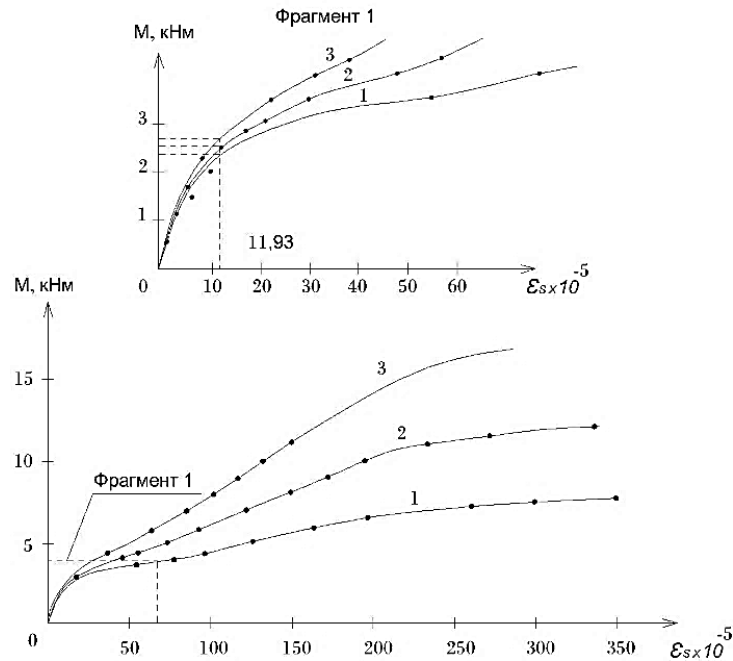


Рисунок 7. Определение момента трещинообразования по расчетным значениям деформаций в арматуре:

1 – для образцов с $\varnothing 8$ мм, $M_{crc} = 2,362$ кНм; 2 – для образцов с $\varnothing 10$ мм, $M_{crc} = 2,499$ кНм;

3 – для образцов с $\varnothing 12$ мм, $M_{crc} = 2,673$ кНм

Figure 7. Determination of the moment of cracking according to the calculated values of deformations in the reinforcement: 1 - for specimens with $\varnothing 8$ mm, $M_{crc} = 2.362$ kNm; 2 - for samples with $\varnothing 10$ mm, $M_{crc} = 2.499$ kNm;

3 - for samples with $\varnothing 12$ mm, $M_{crc} = 2.673$ kNm

Расчет момента трещинообразования по методу предельных состояний.

Выполним расчет момента образования трещин в исследуемых балках на основе метода предельных состояний. Расчетная схема приведена на рисунке 8.

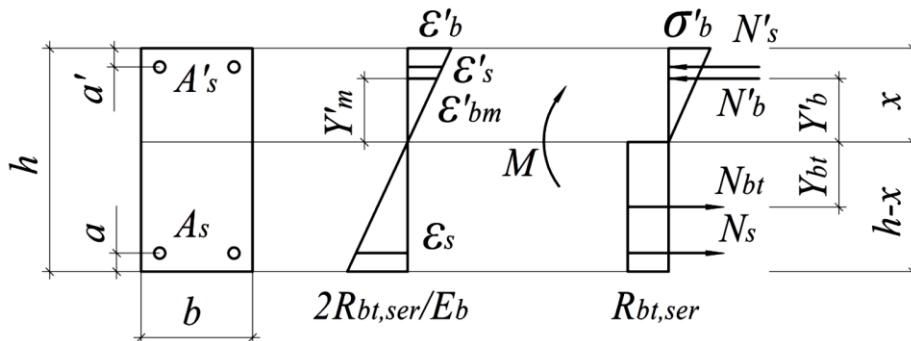


Рисунок 8. Расчетная схема распределения усилий и деформаций при расчете по методу предельных состояний

Figure 8. Design scheme for the distribution of forces and deformations in the calculation by the method of limit states

Расчет для образцов с шифром К-8, К-10, К-12.

Определяем площадь бетона в поперечном сечении:

$$A = bh, \quad (5)$$

где h - высота сечения балки;

b – ширина сечения балки;

Вычисляем отношение модулей упругости арматуры и бетона:

$$\alpha = E_s/E_b. \quad (6)$$

Далее находим площадь приведенного сечения для трех серий балок:

$$A_{red} = A + \alpha(A_s + A'_s). \quad (7)$$

Определяем расстояние до центра тяжести приведенного сечения:

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{0.5bh^2 + aA_{sp}\alpha}{A_{red}}. \quad (8)$$

Вычисляем моменты инерции сечений бетона и арматуры:

$$I_b = \frac{bh^3}{12}, \quad (9)$$

$$I_s = A_s\alpha(y_0 - a)^2, \quad (10)$$

$$I'_s = A'_s\alpha(h - y_0 - a)^2. \quad (11)$$

Определяем момент инерции приведенного сечения:

$$I_{red} = I_b + I_s + I'_s. \quad (12)$$

Находим момент сопротивления приведенного сечения для крайнего растянутого волокна по формуле 13:

$$W_{pl} = \gamma W_{red} = \gamma \frac{I_{red}}{y_0}, \quad (13)$$

где $\gamma = 1,3$ - для прямоугольных сечений.

Вычисление момента трещинообразования производим по формуле:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W_{pl}. \quad (14)$$

По результатам расчета момент трещинообразования составляет 2,233 кНм; 2,4 кНм; 2,61 кНм соответственно для образцов серий К-8, К- 10, К-12.

Расчет момента трещинообразования по методу, приведенному в источнике [1].

В данном разделе выполнен расчет момента образования трещин для трех серий образцов на основе предложенной методики. Расчетные характеристики сечения железобетонного элемента и физико-механические характеристики материала: $h = 18$ см; $b = 12$ см; $l = 210$ см; $a = a' = 2$ см; $R_{b,ser} = R_{b,n} = 30,0$ МПа; $E_b = 30100$ МПа.

Арматура горячекатаная, без предварительного напряжения: $E_s = 2000000$ кг/см². Для серии К-8: $A_s = A'_s = 1,005$ см² (2Ø8).

Уравнение равновесия имеет вид:

$$\frac{R_{bt}b}{2\chi}(\varepsilon_{bt2} - 0.5\varepsilon_{bt1} - 0.2\varepsilon_{b0}) - \frac{(\chi h - \varepsilon_{bt2})^2}{2\chi} E_b b + (2\varepsilon_{bt2} - \chi h) E_s A_s = 0;$$

$$\frac{R_{bn}bx^2}{20} + 30A_sx - 30A_sa = \frac{11}{15}R_{bt,n}b(h^2 - 2hx + x^2) + 30A_s(h - a) - 30A_sx.$$

Принимая относительные характеристики:

$$\alpha_s = \frac{30A_s}{R_{bt,n}bh}; \alpha'_s = \frac{30A'_s}{R_{bt,n}bh}; r = \frac{R_{bn}}{10R_{bt,n}}; \delta_s = \frac{a}{h}; \delta'_s = \frac{a'}{h}.$$

Получаем после алгебраических преобразований решение квадратного уравнения в виде:

$$\xi = \frac{x}{h} = z - \sqrt{z^2 - \frac{0,733 + \alpha_s(1 - \delta_s) + \alpha'_s\delta'_s}{0,733 - 0,5r}}, \quad (15)$$

$$\text{где } z = \frac{0,733 + (\alpha_s + \alpha'_s)/2}{0,733 - 0,5r}.$$

Момент трещинообразования находится по формуле:

$$M_{crc} = R_{bt,n}bh^2 \left[0,4526(1 - \xi)^2 + \frac{\frac{r\xi^3}{3} + (\xi - \delta'_s)^2\alpha'_s + (1 - \xi - \delta_s)^2\alpha_s}{1 - \xi} \right].$$

Расчет для серии К-8:

$$\alpha_s = \alpha'_s = \frac{30}{22} \times \frac{1,005}{12 \times 18} = 0,00634;$$

$$r = \frac{306}{10 \times 22} = 1,3909; \delta_s = \delta'_s = \frac{2}{18} = 0,1111;$$

$$z = \frac{0,733 + 0,00634}{0,733 - 0,5 \times 1,3909} = \frac{0,74727273}{0,03755} = 19,6895;$$

$$\xi = 19,6895 - \sqrt{19,6895^2 - \frac{0,733 + 0,00634(1 - 0,1111) + 0,00634 \times 0,1111}{0,733 - 0,5 \times 1,3909}};$$

$$\xi = 0,5065.$$

Находим высоту сжатой зоны бетона:

$$x = \xi \times h = 0,5065 \times 18 = 9,117.$$

Вычисляем момент трещинообразования:

$$M_{crc} = 22 \cdot 12 \cdot 18^2 \left[0,4526 \cdot (1 - 0,5065)^2 + \frac{1,3909 \cdot 0,5065^3}{3} + (0,0565 - 0,1111)^2 \cdot 0,00634 + \frac{(1 - 0,0565 - 0,1111)^2 \cdot 0,00634}{1 - 0,0565} \right];$$

$$M_{crc} = 2,02 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Аналогичным образом выполнен расчет для образцов К-10, К-12.

По результатам расчета получаем следующие значения момента трещинообразования:

Для образцов серии К-8: 2,02 кН·м;

Для образцов серии К-10: 2,039 кН·м;

Для образцов серии К-12: 2,062 кН·м.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Итоговые значения M_{crs} для балок К-8, К-10, К-12, вычисленных по рассмотренным методикам, представим для наглядности в виде диаграммы, показанной на рисунке 9, 10, 11.

Образец К-8

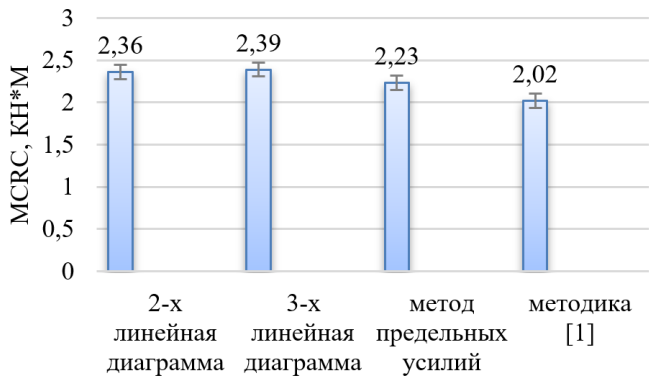


Рисунок 9. Результаты расчета момента трещинообразования различными методами для образца К – 8
Figure 9. The results of calculating the moment of cracking by various methods for sample K - 8

Образец К-10

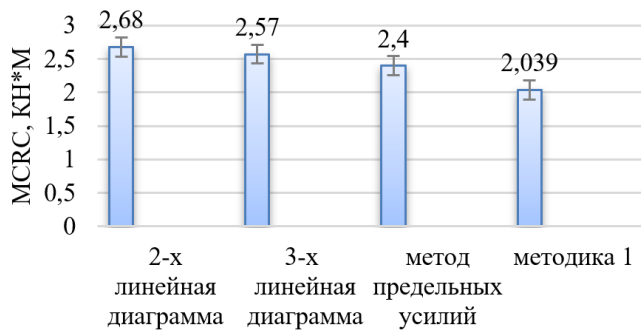


Рисунок 10. Результаты расчета момента трещинообразования различными методами для образца К – 10
Figure 10. The results of calculating the moment of cracking by various methods for sample K - 10

Образец К-12

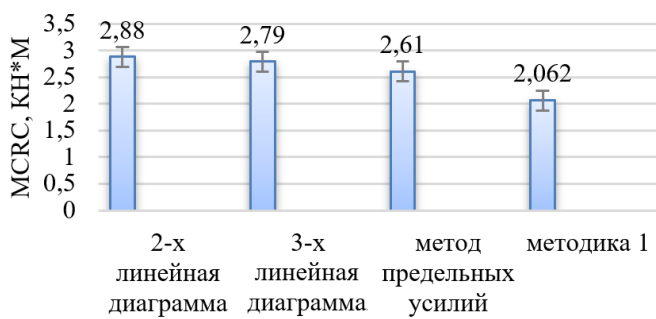


Рисунок 11. Результаты расчета момента трещинообразования различными методами для образца К – 12
Figure 11. The results of calculating the moment of cracking by various methods for sample K - 12

Можно сделать вывод, что величины момента, полученные по методу, предложенному Никитиным, являются заниженными и не в полной мере отражают фактическую работу конструкции.

Исходя из выполненных расчетов можно судить о целесообразности применения диаграмм и расчетов по деформационной модели, так как полученные результаты расчетов близки к данным, полученным в результате расчетов по традиционному методу (метод предельных усилий).

Расчет с применением двухлинейной диаграммы дает значения момента образования трещин выше, чем по трехлинейной диаграмме. Что свидетельствует о целесообразности применения двухлинейной диаграммы по сравнению с трехлинейной, и в целом дает более точные значения момента образования трещин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализировав результаты исследования, можно сделать вывод, что самой эффективной методикой расчета момента трещинообразования является методика с применением двухлинейной диаграммы деформирования бетона, так как данный метод дает наиболее точные значения момента образования трещин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кодыш Е. Н., Никитин И. К., Трекин Х. Х. Расчет железобетонных конструкций из тяжелого бетона на прочность, трещиностойкость и деформацию. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов. 2010. 348 с.
2. Khabidolda O., Bakirov ZH.B., Nuguzhinov Zh.S., Vatin N.I. Determining stress intensity factor in bending reinforced concrete beams, Bulletin of the Karaganda University. 2019. N. 4 (96). P. 90-98.
3. Овакимян С.С., Трекин С.С. Исследование трещинообразования изгибаемых железобетонных элементов, Инновации. Наука. Образование. 2021. № 34. С. 340-343.
4. Колчунов В.И., Федорова Н.В. Некоторые проблемы живучести железобетонных конструктивных систем при аварийных воздействиях, Вестник НИЦ Строительство. 2018. № 1 (16). С. 115-119.
5. Моргунов М.В. Расчет момента трещинообразования изгибаемого бетонного элемента, армированного стеклопластиковой арматурой, Известия Юго-Западного государственного университета. 2019. № 1. Т. 23. С. 64-73.
6. Колчунов В.И., Колчунов В.И., Федорова Н.И. Деформационные модели железобетона при особых воздействиях, Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 8. С. 54-60.
7. Alekseytsev A.V., Antonov M.D. Analysis of the ultimate loading on concrete beams in femap nx Nastran, Lecture Notes in Civil Engineering. 2022. Т. 197. С. 13-20.
8. Tamrazyan A., Filimonova E. Searching method of optimization of bending reinforced concrete slabs with simultaneous assessment of criterion function and the boundary conditions, Appl. Mech. Mater. 2014. Pp. 404–409
9. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Multi-criteria optimization of reinforced concrete beams using genetic algorithms, IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng. 2020.
10. Alejano L.R., Bobet A. Drucker-Prager criterion, Rock Mech. Rock Eng. 2012.
11. Гаджиева У.М. Расчет железобетонных элементов круглого поперечного сечения по нелинейной деформационной модели, Эксперт: теория и практика. 2021. № 5 (14). С. 13-20.
12. Opbul E. Dmitriev D., Fan Van Fuk. Practical calculation of flexible elements using a model of nonlinear deformation on the example of a typical RGD beam 4,56-90, Architecture and Engineering. 2018. No. 3. Pp. 29-41.
13. Сейфуллаев Х.К., Гараев А.Н. Приложение нелинейной деформационной модели к расчету изгибаемых железобетонных элементов, Science of Europe. 2018. № 33. С. 51-60.
14. Карпенко Н.И., Белостоцкий А.М., Павлов А.С., Акимов П.А., Карпенко С.Н., Петров А.Н. Обзор моделей деформирования железобетона, учитывающих процессы трещинообразования. Часть 1: Разборки отечественных ученых, Сборник научных трудов РААСН. Москва: РААСН. 2020. С. 231-240.
15. Колчунов В.И., Кузнецова К.Ю., Федоров С.С., Федорова Н.И. Модель критерия трещиностойкости и прочности плосконапряженных конструкций из высокопрочного фибробетона и фиброжелезобетона, Строительство и реконструкция. 2021. № 3 (95). С. 15-26.
16. Toshin D.S., Perspectives of the application for the nonlinear deformation model in the calculations of reinforced concrete elements, Material science forum. 2019. V. 974. Pp. 505-509.
17. Кодыш Э.Н., Трекин Н.Н., Никитин И.К., Соседов К.Е. Практические методы и примеры расчета железобетонных конструкций из тяжелого бетона по СП 63.13330. Монография [Текст]. Э.Н. Кодыш, Н.Н. Трекин, И.К. Никитин, К.Е. Соседов. – М.: ООО «Бумажник». 2017. С. 61-83.
18. Ерышев В.А. Численные методы расчета прочности железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования модели, Вестник НГИЭИ. 2018. № 6(85). С. 17-26.
19. Мурашкин В.Г. Учет многократного нагружения в деформационной модели для реконструируемого железобетона, Железобетонные конструкции. 2023. Т. 2. № 2. С. 42–47.

20. Никулина Ю.А. Использование нелинейной деформационной расчетной модели для определения трещиностойкости железобетонных предварительно напряженных балок, Сборник докладов международного студенческого строительного форума. Белгород: БГТУ им. В.Г. Шухова. 2018. С. 133-140.

21. Ерышев В.А., Косков М.Ю., К методике определения момента трещинообразования изгибаемых железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели, Вестник НГИЭИ. 2017. № 12 (79). С. 32-42.

REFERENCES

1. Kodysh E.N., Nikitin I.K., Trekin N.N. Calculation of reinforced concrete structures from heavy concrete for strength, crack resistance and deformation. Moscow: Publishing House of the Association of Construction Universities. 2010. 348 p.
2. Khabidolda O., Bakirov ZH.B., Nuguzhinov Zh.S., Vatin N.I. Determining stress intensity factor in bending reinforced concrete beams. *Bulletin of the Karaganda University*. 2019. No. 4 (96). Pp. 90-98.
3. Ovakimyan S.S., Trekin S.S. Investigation of crack formation in bent reinforced concrete elements. *Innovations. The science. Education*. 2021. No. 34. Pp. 340-343.
4. Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Some problems of survivability of reinforced concrete structural systems under emergency impacts. *Bulletin of the Research Center for Construction*. 2018. No. 1 (16). Pp. 115-119.
5. Morgunov M.V. Calculation of the moment of cracking of a bent concrete element reinforced with fiberglass reinforcement. *Bulletin of the South-Western State University*. 2019. No. 1. Vol. 23. Pp. 64-73.
6. Kolchunov V.I., Kolchunov V.I., Fedorova N.I. Deformation models of reinforced concrete under special effects. *Industrial and civil construction*. 2018. No. 8. Pp. 54-60.
7. Alekseytsev A.V., Antonov M.D. Analysis of The Ultimate Loading on Concrete Beams in Femap Nx Nastran. *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2022. Vol. 197. Pp. 13-20.
8. Tamrazyan A., Filimonova E. Searching method of optimization of bending reinforced concrete slabs with simultaneous assessment of criterion function and the boundary conditions. *Appl. Mech. mater.* 2014. 404–409.
9. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Multi-criteria optimization of reinforced concrete beams using genetic algorithms. *IOP Conf. Ser. mater. sci. Eng.* 2020.
10. Alejano L.R., Bobet A. Drucker-Prager criterion. *RockMech. RockEng.* 2012.
11. Gadzhieva U.M. Calculation of reinforced concrete elements of a circular cross section according to a nonlinear deformation model. *Expert: theory and practice*. 2021. No. 5 (14). Pp. 13-20.
12. Opbul E. Dmitriev D., Fan Van Fuk. Practical calculation of flexible elements using a model of nonlinear deformation on the example of a typical RGD beam 4.56-90. *Architecture and Engineering*. 2018. No. 3. Pp. 29-41.
13. Seifullaev H.K., Garaev A.N. Application of a nonlinear deformation model to the calculation of bending reinforced concrete elements. *Science of Europe*. 2018. No. 33. Pp. 51-60.
14. Karpenko N.I., Belostotsky A.M., Pavlov A.S., Akimov P.A., Karpenko S.N., Petrov A.N. Review of models of reinforced concrete de-formation, taking into account the processes of crack formation. Part 1: Disassembly of domestic scientists. Collection of scientific papers of the RAASN. Moscow: RAASN. 2020. Pp. 231-240.
15. Kolchunov V.I., Kuznetsova K.Yu., Fedorov S.S., Fedorova N.I. Model of the criterion of crack resistance and strength of plane-stressed structures made of high-strength fiber-reinforced concrete and fiber-reinforced concrete. *Stroitelstvo i rekonstruktsiya*. 2021. No. 3 (95). pp. 15-26.
16. Toshin D.S. Perspectives of the application for the nonlinear deformation model in the calculations of reinforced concrete elements. *Material science forum*. 2019. V. 974. Pp. 505-509.
17. Kodysh E.N., Trekin N.N., Nikitin I.K., Sosodov K.E. Practical methods and examples of calculation of reinforced concrete structures made of heavy concrete according to SP 63.13330. Moscow: LLC "Bumazhnik". 2017. Pp. 61-83.
18. Eryshev V.A. Numerical methods for calculating the strength of reinforced concrete elements according to a nonlinear deformation model using model deformation diagrams. *Vestnik NGIEI*. 2018. No. 6(85). Pp. 17-26.
19. Murashkin V.G. Reflection of Multiple Loading in The Deformation Model for Reconstructed Reinforced Concrete. *Reinforced concrete structures*. 2023;2(2):42–47
20. Nikulina Yu.A. Using a nonlinear deformation calculation model to determine the crack resistance of reinforced concrete prestressed beams. Collection of reports of the international student building forum. Belgorod: BSTU im. V.G. Shukhov. 2018. Pp. 133-140.
21. Eryshev V.A., Koskov M.Yu. On the method for determining the moment of crack formation in bent reinforced concrete elements using a nonlinear deformation model. *Vestnik NGIEI*. 2017. No. 12 (79). pp. 32-42.