



УДК 621.3.019.32

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.4.13-19

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

К анализу надежности конструкций балочных систем

А.Г. Тамразян^{1*}¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

* tamrazian@mail.ru

Ключевые слова: балочная конструкция, надежность, предельные состояния, режимы разрушения, пластический шарнир, вероятность отказа.

История статьи

Поступила в редакцию: 01.07.2023

Доработана: 14.07.2023

Принята к публикации: 19.07.2023

Для цитирования

Тамразян А.Г. К анализу надежности конструкций балочных систем // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 4. № 4. С. 13–19.

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы надежности при различных видах отказов балочных систем. Анализируется однопролетная изгибаемая балка. Определены функции предельного состояния для моментных режимов отказа в характерных сечениях балки. Показаны пути формирования пластического шарнира для балки. Рассчитаны нижняя и верхняя граница надежности балки. Представлены функции предельного состояния, соответствующие механизмам разрушения.

To the Analysis of the Reliability of Structures of Beam Systems

Ashot G. Tamrazyan^{1*}¹Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation

* tamrazian@mail.ru

Keywords: beam structure, reliability, limit states, failure modes, plastic hinge, failure probability.

Article history

Received: 01.07.2023

Revised: 14.07.2023

Accepted: 19.07.2023

For citation

Tamrazyan A.G. To the Analysis of the Reliability of Structures of Beam Systems. *Reinforced Concrete Structures*. 2023;4(4):13–19.

Abstract. The article discusses the issues of reliability for various types of failures of beam systems. A single-span bending beam is analyzed. The limit state functions for moment failure modes in the characteristic sections of the beam are determined. The ways of forming a plastic hinge for a beam are shown. The lower and upper limits of the beam reliability are calculated. Limit state functions corresponding to failure mechanisms are presented.

Ашот Георгиевич Тамразян, чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, E-mail: tamrazian@mail.ru

Ashot G. Tamrazyan, Corresponding member of RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation, eLIBRARY SPIN-код: 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, E-mail: tamrazian@mail.ru

© Тамразян А.Г., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

ВВЕДЕНИЕ

При анализе конструктивных элементов, обычно рассматривается только один вид отказа для данного конструктивного элемента или системы. В той мере, в какой один вид отказа определяет надежность рассматриваемого конструктивного элемента или системы во многих практических приложениях недостаточно. Часто несколько режимов отказа, связанных либо с одним конкретным поперечным сечением, либо с рядом различных поперечных сечений в конструктивной системе, вносят свой вклад в вероятность отказа. Это во многом зависит от определения отказа для рассматриваемого компонента или системы.

МЕТОД

Надежность системы связана со способностью рассматриваемой системы поддерживать заданное состояние повреждения в зависимости от преобладающих условий воздействия и, таким образом, ограничивать последствия событий воздействия прямыми последствиями [1]. Важно отметить, что косвенные последствия для системы зависят не только от состояния повреждения, но и от воздействия на поврежденную систему.

В анализе надежности конструкции ситуация принципиально отличается из-за того, что отказы конструкций очень редки и, как правило, происходят в результате экстремальных событий, таких как, например, взрыв, экстремальная нагрузка, превышающая несущую способность, т. е. сопротивление, которое может быть снижено из-за износа, например, из-за коррозии или усталости [2-5]. В дополнение к этому невозможно собрать полезную информацию об относительной частоте отказов, поскольку почти все структурные компоненты и системы уникальны либо из-за различий в выборе материала и геометрии, либо из-за различий в характеристиках нагрузки и воздействия [6-8]. Таким образом, при рассмотрении оценки вероятности отказа конструктивных элементов необходимо создать вероятностное моделирование как сопротивлений, так и нагрузок и оценить вероятность отказа на их основе [9-11]. В этом процессе необходимо уделить должное внимание включению всей доступной статистической информации, касающейся свойств материала и характеристик нагрузки.

Рассмотрим однопролетную балку, показанную на рис. 1, с сосредоточенной нагрузкой W , действующей в середине пролета. Предполагается, что балка разрушается только при изгибе и, кроме того, предполагается, что она ведет себя пластично при разрушении.

Предполагается, что пластический момент балки R имеет нормальное распределение с параметрами $\mu_R = 300, \sigma_R = 30$. Нагрузка W также имеет нормальное распределение с параметрами $\mu_W = 100, \sigma_W = 20$.

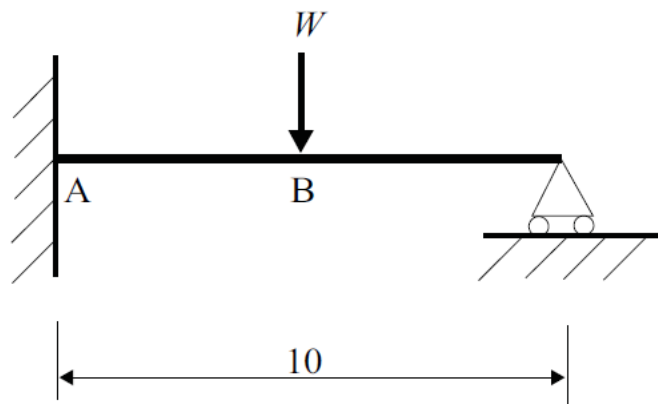


Рис. 1. Расчетная схема балки, подверженной нагрузке W
Figure 1. Design diagram of a beam subjected to load W

Отказ может быть определен на уровне n , где n относится к числу отказов в системе. Например, отказ конструктивной системы можно определить как событие, при котором произошёл один вид отказа, но также можно определить отказ системы как событие, при котором произошли два или более (n) вида отказа [12]. Максимальное количество режимов разрушения, которое может быть рассмотрено, зависит от количества формирования механизма разрушения конструктивной системы.

Как известно, согласно теории упругости, распределение момента на балке имеет минимум в точке А, равный $-1,875W$, и максимум в точке В, равный $1,563W$. Отказы с моментом в точках А и В считаются потенциальными видами отказа системы, используемыми для описания надёжности балки.

Определяя отказ конструктивной системы как событие отказа любого из рассматриваемых режимов отказа системы – анализ надёжности уровня 1 – анализ надёжности системы может быть выполнен с учетом последовательной системы, показанной на рис. 2.

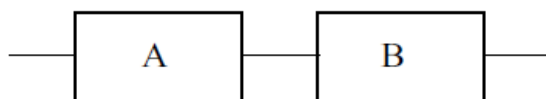


Рис. 2. Блок-схема, используемая для анализа конструктивной надёжности балочной конструкции на уровне 1
Figure 2. Flowchart used to analyze the structural reliability of a beam structure at level 1

Для общего случая, когда рассматриваемая конструктивная система может включать в себя множество потенциальных видов отказов, количество учитываемых видов отказов может быть ограничено рассмотрением только тех видов отказов с индексами надёжности в интервале $[\beta_{min}, \beta_{min} + \Delta\beta_i]$, где β_{min} — наименьший индекс надёжности для рассматриваемых видов отказов, $\Delta\beta_i$ — соответствующим образом выбранная константа, определяющая общее количество видов отказов, которые необходимо учитывать при анализе рассматриваемой системы на уровне i .

Функции предельного состояния для моментных режимов отказа в двух точках А и В могут быть записаны как:

$$g_A(x) = r + m_A = r - 1.875 \cdot w \quad (1)$$

$$g_B(x) = r - m_B = r - 1.563 \cdot w \quad (2)$$

С помощью анализа надёжности [13] уравнения предельного состояния (1), (2) легко вычисляются вероятности отказа $P_{F,A} = 9,58 \times 10^{-3}$ и $P_{F,B} = 4,56 \times 10^{-4}$. Как можно было ожидать на основании упругого распределения момента в балке, точка А более критична, чем точка В.

Можно найти простые оценки вероятности отказа последовательной системы:

$$9.58 \cdot 10^{-3} \leq P_F \leq 1 \cdot 10^{-2} \quad (3)$$

Определение отказа не на уровне 1, а на уровне 2 эквивалентно определению отказа как формирования механизма разрушения. Формирование пластического механизма для балки в принципе может происходить двумя различными путями: либо начиная с развития пластического шарнира текучести в точке А, а затем пластического шарнира текучести в точке В, либо наоборот, сначала в точке В, а затем в точке А. Таким образом, блок-схема, которую следует

учитывать при анализе надежности системы для балочной конструкции, может быть изображена, как показано на рис. 3.

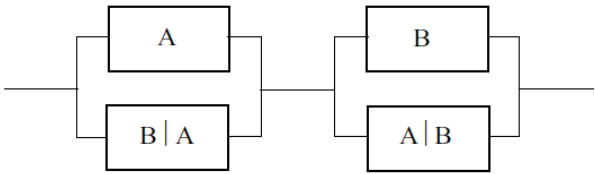


Рис. 3. Блок-схема для анализа надежности систем балочной конструкции на уровне 2 (или уровне механизма)
Figure 3. Flowchart for Reliability Analysis of Beam Structure Systems at Level 2 (or mechanism Level)

Вероятность моментного отказа в точках А и В уже оценивалась отдельно. Теперь сначала рассмотрим случай, когда предполагается, что разрушение произошло в точке А, где формируется пластический шарнир текучести. Таким образом, статическая система изменяется, как показано на рис. 4, где способность к пластическому моменту поперечного сечения в точке А теперь применяется как нагрузка, противодействующая вращению.

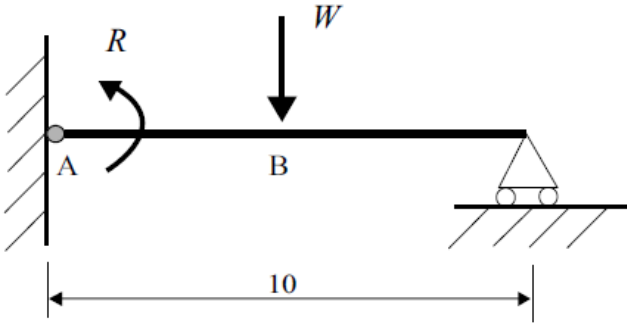


Рис. 4. Балочная конструкция с шарниром текучести, сформированным в точке А
Figure 4. Beam structure with yield hinge formed at point A

Для этой статической системы новая функция предельного состояния для моментного отказа в точке В может быть определена как:

$$g_{B|A}(x) = r - m_{B|A} + 0.5 \cdot r = r - 2.5 \cdot w + 0.5 \cdot r \tag{4}$$

Анализ надежности этой функции предельного состояния дает вероятность отказа в В при условии отказа в А, равную $P_{F,B|A} = 1,47 \times 10^{-3}$.

В случае, когда отказ впервые возникает в точке В, анализируемая система показана на рис. 5.

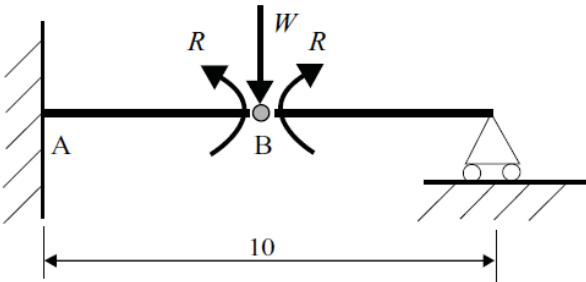


Рис. 5. Балочная конструкция с шарниром текучести, сформированным в точке В
Figure 5. Beam structure with yield hinge formed at point B

Функция предельного состояния в этом случае задается как:

$$g_{A|B}(x) = r - m_{A|B} + 2 \cdot r = 3 \cdot r - 5 \cdot w, \quad (5)$$

которая, как видно, идентична уравнению предельного состояния, данному в уравнении (4). Таким образом, анализ надежности уравнения предельного состояния, приведенного в уравнении (5), дает тот же результат, а именно $P_{F,B|A} = 1,47 \times 10^{-3}$.

Рассмотрим блок-схему на рис. 3. Для последовательной системы, в которой все виды отказов полностью коррелированы, вероятность отказа равна вероятности режима отказа с наибольшей вероятностью отказа, т. е. в данном случае системы, в которой можно четко определить самое слабое звено [14]. Поскольку корреляция между режимами отказа будет между нулем и единицей, простые границы вероятности отказа для последовательной системы могут быть определены следующим образом:

$$\max_{i=1}^n \{P(F_i)\} \leq P_F \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i)) \quad (6)$$

где нижняя граница соответствует случаю полной корреляции, а верхняя граница — случаю нулевой корреляции.

Для параллельной системы применяются те же соображения, что приводит к наблюдению, что верхняя граница соответствует ситуации, когда все виды отказов полностью коррелированы, а нижняя граница — ситуации, когда все виды отказов некоррелированы, т.е.:

$$\prod_{i=1}^n P(F_i) \leq P_F \leq \min_{i=1}^n \{P(F_i)\} \quad (7)$$

Наконец, для смешанных систем, т. е. систем, состоящих как из последовательных, так и из параллельных систем, их легко свести либо к последовательной системе, либо к параллельной системе последовательным образом, используя уравнения (6)-(7), чтобы свести подсистемы (параллельные или серии) в один компонент.

На основе уравнений (6)-(7) теперь можно получить простые оценки вероятности отказа балки. Сначала рассматриваются параллельные системы, определенные как $A \cap B|A$ и $B \cap A|B$, для которых имеется:

$$1,41 \cdot 10^{-5} \leq P(A \cap B|A) \leq 9,58 \cdot 10^{-3} \quad (8)$$

$$6,71 \cdot 10^{-7} \leq P(B \cap A|B) \leq 1,47 \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

Наконец, для анализа надежности систем на уровне 2 (или в данном случае на уровне механизма) рассматривается последовательная система из двух параллельных систем, т. е. $\{A \cap B|A\} \cup \{B \cap A|B\}$, для которой устанавливаются следующие простые границы:

$$1,48 \cdot 10^{-5} \leq P_F \leq 9,58 \cdot 10^{-3} \quad (10)$$

При рассмотрении границ, данных для надежности системы в уравнении (3) и уравнении (10), видно, что нижняя граница надежности балки, определенная на уровне 1, равна верхней границе на уровне 2. Принятие более серьезного отказа в балке до того, как балка будет признана неисправной, не приведет к неожиданному снижению вероятности отказа.

Второй подход к анализу надежности конструктивных систем, т.е. метод основных механизмов [15], основывается на определении отказа конструктивной системы на уровне меха-

низмов. Таким образом, отказ включает в себя формирование механизмов разрушения (см. рис. 6).

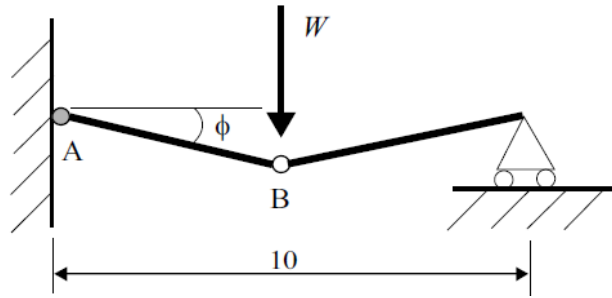


Рис. 6. Механизм разрушения балки
Figure 6. Beam failure mechanism

Функция предельного состояния, соответствующая этому механизму, может быть получена с учетом внутренней A_I и внешней работы A_E . Отказ происходит, если внешняя работа превышает внутреннюю работу:

$$g(x) = A_I - A_E = r + 2 \cdot r - 5 \cdot w \quad (11)$$

В этом случае существует только один механизм отказа, и видно, что соответствующее уравнение предельного состояния (11) идентично уравнениям предельного состояния, приведенным в уравнениях (4), (5), что ожидалось.

Таким образом, вероятность отказа по методу основных механизмов составляет $P_F = 1.47 \cdot 10^{-3}$.

Наконец, рассматривается влияние механического поведения после отказа путем пересмотра функций предельного состояния, данных в уравнениях (4), (5). Предполагая теперь, что механическое поведение после разрушения является хрупким, эти уравнения предельного состояния меняются на:

$$g_{B|A}(x) = r - m_{B|A} = r - 2.5 \cdot w \quad (12)$$

$$g_{A|B}(x) = r - m_{A|B} = r - 5 \cdot w \quad (13)$$

и соответствующие вероятности отказа равны $P_{F,B|A} = 1,96 \times 10^{-1}$, $P_{A|B} = 0,972$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам работы сделаны следующие выводы.

Важным аспектом вероятностного моделирования отказа конструктивных систем является корреляция между отдельными режимами отказа и/или компонентами системы. Отдельные компоненты системы будут зависимы из-за того, что переменные в уравнениях предельного состояния, используемые для описания границы между безопасной областью и областью отказа, в какой-то степени содержат базовые случайные величины, которые коррелируют друг с другом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baker J.W., Schubert M., Faber M.H. On the Assessment of Robustness, accepted for publication // Journal of Structural Safety. 2006.

2. Тамразян А.Г., Матсеевич Т.А. Надежностная оптимизация конструкций с учетом неопределенностей при проектировании // В сборнике: Актуальные проблемы строительной отрасли и образования - 2022. Сборник докладов Третьей Национальной научной конференции. Москва, 2023. С. 50-54.
3. Тамразян А.Г. Методология анализа и оценки надежности состояния и прогнозирование срока службы железобетонных конструкций // Железобетонные конструкции. 2023. Т.1. № 1. С. 5-18.
4. Тамразян А.Г., Дудина И.В. Влияние изменчивости контролируемых параметров на надежность преднапряженных балок на стадии изготовления // Жилищное строительство. 2001. № 1. С. 16-17.
5. Тамразян А.Г., Матсеевич Т.А. Анализ надежности железобетонной плиты с корродированной арматурой // Строительство и реконструкция. 2022. № 1 (99). С. 89-98.
6. Ellingwood B., MacGregor J.G., Galambos T.V., Cornell C.A. Probability Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations // Journal of the Structural Division. 1982. Vol. 108, No. ST5, Pp. 978-997.
7. Аугусту Е., Барата А., Кашиасти Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании. М.: Стройиздат, 1988. 583с.
8. Тамразян А.Г. Расчет элементов конструкций при заданной надежности и нормальном распределении нагрузки и несущей способности // Вестник МГСУ. 2012. № 10. С. 109-115.
9. ISO 2394 (1998): General Principles on Reliability for Structures.
10. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. М.: Изд-во АСВ, 2010. 302 с.
11. Складнев Н.Н., Дрейер Ф.Э. О вероятностном расчете и проектировании железобетонных изгибаемых элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. №3. С.1-4.
12. Faber M. H., Kübler O., Fontana M., Knobloch M. Failure Consequences and Reliability Acceptance Criteria for Exceptional Building Structures. A Study taking Basis in the Failure of the World Trade Center Twin Towers. Zurich: IBK Bericht, 2004. 285 p.
13. Hasofer A.M., Lind N.C. An Exact and Invariant First Order Reliability Format // Journal of Engineering Mechanics. 1974. 100(EMI). Pp. 111-121.
14. JCSS. Probabilistic Model Code. The Joint Committee on Structural Safety. 2001.
15. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural Reliability Methods. Wiley and Sons, 1996. 369p.

REFERENCES

1. Baker J.W., Schubert M., Faber M.H. On the Assessment of Robustness, accepted for publication. *Journal of Structural Safety*. 2006.
2. Tamrazyan A.G., Matseevich T.A. Reliable optimization of structures taking into account design uncertainties. In the collection: Actual problems of the construction industry and education - 2022. Collection of reports of the Third National Scientific Conference. Moscow, 2023. Pp. 50-54. (In Russian)
3. Tamrazyan A.G. Methodology for the analysis and assessment of the reliability of the state and forecasting the service life of reinforced concrete structures. *Reinforced concrete structures*. 2023. Vol.1, No. 1. Pp. 5-18. (In Russian)
4. Tamrazyan A.G., Dudina I.V. Influence of variability of controlled parameters on the reliability of prestressed beams at the manufacturing stage. *Housing construction*. 2001. No. 1. Pp. 16-17. (In Russian)
5. Tamrazyan A.G., Matseevich T.A. Analysis of the reliability of a reinforced concrete slab with corroded reinforcement. *Building and reconstruction*. 2022. No. 1 (99). Pp. 89-98. (In Russian)
6. Ellingwood B., MacGregor J.G., Galambos T.V., Cornell C.A. Probability Based Load Criteria: Load Factors and Load Combinations. *Journal of the Structural Division*. 1982. Vol. 108, No. ST5, Pp. 978-997.
7. Augusti E., Barata A., Kashiati F. Probabilistic methods in building design. Moscow: Stroyizdat. 1988. 583p. (In Russian)
8. Tamrazyan A.G. Calculation of structural elements for given reliability and normal distribution of load and bearing capacity. *Vestnik MGSU*. 2012. No. 10. Pp. 109-115. (In Russian)
9. ISO 2394 (1998): General Principles on Reliability for Structures.
10. Raiser V.D. Theory of reliability of structures. Moscow: Publishing House ASV, 2010. 302 p. (In Russian)
11. Skladnev N.N., Dreyer F.E. On probabilistic calculation and design of reinforced concrete bending elements. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 1983. No. 3. Pp. 1-4. (In Russian)
12. Faber M. H., Kübler O., Fontana M., Knobloch M. Failure Consequences and Reliability Acceptance Criteria for Exceptional Building Structures. A Study taking Basis in the Failure of the World Trade Center Twin Towers. Zurich: IBK Bericht, 2004. 285 p.
13. Hasofer A.M., Lind N.C. An Exact and Invariant First Order Reliability Format. *Journal of Engineering Mechanics*. 1974. 100(EMI). Pp. 111-121.
14. JCSS. Probabilistic Model Code. The Joint Committee on Structural Safety. 2001.
15. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural Reliability Methods. Wiley and Sons, 1996. 369p.