



УДК 624.074.04.042.7

DOI: 10.22227/2949-1622.2023.4.52-65

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

Сейсмостойкость нелинейно деформируемых большепролетных пространственных конструкций уникальных зданий

С.Р. Раззаков^{1,2*}

¹ Научно-производственное объединения ООО «Пространственные конструкции, сейсмостойкость зданий и сооружений», г. Жамбай, Узбекистан

² Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет (СамГАСУ), г. Самарканд, Узбекистан
* npl-sp@list.ru

Ключевые слова: сейсмостойкость, нелинейное деформирование, методы моделирования, большепролетный, пространственные конструкции, уникальные здания, динамическая жесткость.

История статьи

Поступила в редакцию: 17.07.2023

Доработана: 30.07.2023

Принята к публикации: 08.08.2023

Для цитирования

Раззаков С.Р. Сейсмостойкость нелинейно деформируемых большепролетных пространственных конструкций уникальных зданий // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 4. № 4. С. 52–65.

Аннотация. Аналитические, компьютерные и экспериментальные методы моделирования применены в исследовании сейсмостойкости и изменяющихся динамических параметров длительно нагруженных нелинейно деформируемых большепролетных пространственных оболочечных конструкций. Предложены физически и геометрически нелинейные модели деформирования и вычислительные алгоритмы решения динамических задач для оценки напряженно-деформированного состояния гладких и ребристых пространственных систем с переменной жесткостью, вызванной накоплением повреждений и ортотропностью структуры, усиленной ребрами. Показана возможность применения предложенной методики учета переменных динамических жесткостей в расчетах для решения задач динамической прочности и устойчивости пространственных большепролетных оболочек уникальных зданий сложной геометрии.

Seismic Resistance of Non-Linearly Deformable Large-Span Spatial Structures of Unique Buildings

Saidmaksud R. Razzakov^{1,2*}

¹ Scientific and production associations LLC "Spatial structures, seismic resistance of buildings and structures", Djambay, Uzbekistan

² Samarkand State University of Architecture and Civil Engineering (SamGASU), Samarkand, Uzbekistan

* npl-sp@list.ru

Key words: seismic resistance, non-linear deformation, large-span, spatial structures, unique buildings, dynamic stiffness.

Abstract. Analytical, computer and experimental modeling methods are applied in the study of seismic resistance and changing dynamic parameters of long-term loaded non-linearly deformed large-span spatial shell structures.

Сайидмахсуд Рахмонович Раззаков, доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные конструкции», Самаркандский государственный архитектурно-строительный университет (СамГАСУ), 140147, г. Самарканд, ул. Лолазор, д. 70; руководитель научно-производственного объединения ООО «Пространственные конструкции, сейсмостойкость зданий и сооружений», г. Жамбай, Узбекистан; Scopus: 57214094237, E-mail: npl-sp@list.ru.



Article history

Received: 17.07.2023

Revised: 30.07.2023

Accepted: 08.08.2023

For citation

Razzakov S.R. Seismic Resistance of Non-Linearly Deformable Large-Span Spatial Structures of Unique Buildings. *Reinforced Concrete Structures*. 2023; 4(4):52–65.

Physically and geometrically nonlinear deformation models and computational algorithms for solving dynamic problems are proposed for estimating the stress-strain state of smooth and ribbed spatial systems with variable stiffness caused by damage accumulation and orthotropic structure reinforced by ribs. The possibility of using the proposed method of taking into account variable dynamic stiffness in calculations for solving problems of dynamic strength and stability of spatial large-span shells of unique buildings of complex geometry is shown.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время отмечены определенные достижения в развитии теории деформирования железобетона при сложном напряженно-деформированном состоянии. Однако использование этих достижений при проектировании железобетонных оболочек, имеющих сложную геометрию, для различных климатических районов ещё не нашло широкого применения. Построенные алгоритмы для нелинейного расчета железобетонных плит и оболочек простых геометрических форм поверхности, основанные на современных теориях деформирования железобетона с трещинами, ориентированы на применение численных методов. Между тем, рациональное сочетание аналитических методов с методами итераций применительно к конкретным конструкциям со сложным напряженно-деформированным состоянием во многих случаях позволяет разработать более эффективные методы и алгоритмы для практического расчета оболочек сложной геометрии, подверженным длительным нагрузкам и динамическим воздействиям.

В работе такое решение принято для развития методов статического и динамического расчета железобетонных оболочек сложной геометрии и плоскостных конструкций, эксплуатируемых в районах с различными климатическими условиями с учетом их физической и геометрической нелинейности [1-7]. Для них разработаны соответствующие алгоритмы расчета применительно к компьютерной технологии.

Неоднородное сложное напряженно-деформированное состояние, возникающее в рассматриваемых оболочках, а также специфические свойства железобетона учитывались введением некоторых исходных предпосылок и допущений. Так, для расчета железобетонных оболочек сложной геометрии принимались ряд предпосылок и допущений, использованных при решении физически и геометрически нелинейных задачах теории оболочек.

Расчет сейсмостойкости оболочек сложной геометрии в нелинейно деформированном состоянии выполнялись методом динамических жесткостей [4-6, 11].

Представляется, что с учетом изложенного разработка новых математических моделей и вычисленных алгоритмов решения нелинейных динамических задач о колебаниях и устойчивости гладких и ребристых оболочек сложной геометрии с переменной жесткостью является актуальной.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим пологую оболочку, на которую действует нагрузка, распределенная по произвольному закону $q(x,y)$.

Начальные искривления (несовершенства) оболочке задаются в виде прогибов $\omega(x,y)$, отражающих отклонение ее срединной поверхности от идеальной формы.

Saidmaksud R. Razzakov, doctor of technical sciences, Professor; Samarkand State University of Architecture and Civil Engineering (SamGASU); 70 Lolazor st., Samarkand, 140147, Republic of Uzbekistan; Head of the Scientific and production associations LLC "Spatial structures, seismic resistance of buildings and structures", Djambay. Republic of Uzbekistan; Scopus: 57214094237, E-mail: npl-spk@list.ru.

Срединную поверхность оболочки отнесем к криволинейной ортогональной системе координат x и y , совпадающих с направлениями главных кривизн.

Координату z отсчитываем по нормали к срединной поверхности и направляем в сторону центра кривизны.

В срединной поверхности в направлении осей OX , OY и OZ перемещения точек обозначим соответственно u , v , w . В оболочке возникают нормальные N_1 , N_2 и сдвигающие усилия S , а также изгибающие M_1 , M_2 и крутящие моменты H_{12} . Положительные направления погонных мембранных и изгибных усилий для деформированного элемента оболочки приведены на рис. 1.

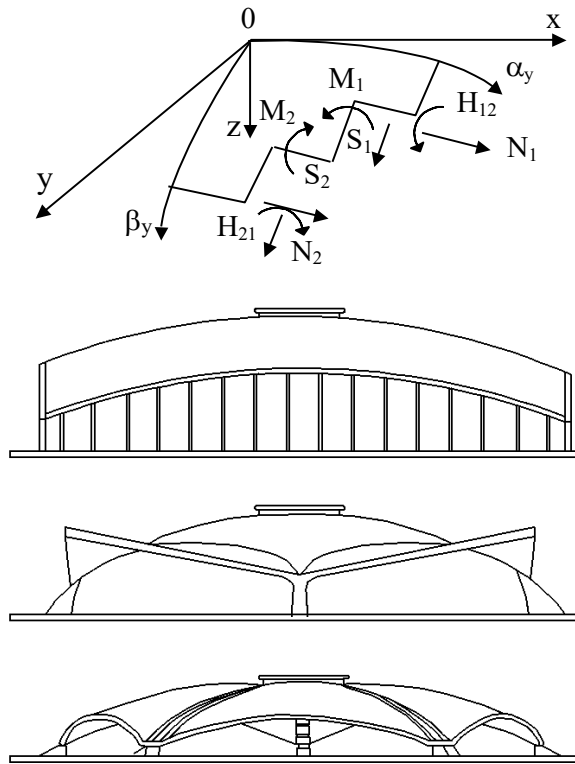


Рисунок 1. Схема усилий, конструктивные схемы исследованных пологих оболочек
Figure 1. Forces diagram, structural diagrams of the studied shallow shells

Поверхность рассматриваемых оболочек считается гладкой или ребристой [3, 4, 8-10]. Оболочки имеют отклонение от идеальной исходной геометрической формы в виде начальных прогибов (несовершенств). Толщина оболочек считается функцией $h = h(x, y)$.

Используются основные гипотезы общей теории пологих оболочек. Для железобетонного сечения принимается гипотеза прямых нормалей.

Нелинейные зависимости деформаций ε_1 , ε_2 и γ перемещений u , v , w на уровне средней поверхности оболочки с учетом начальных несовершенств $w_0(x, y)$ примут вид:

$$\varepsilon_{1,yy} + \varepsilon_{2,xx} - \gamma_{xy} - w_{xy}^2 + w_{xx}w_{yy} + K_1(w - w_0)_{yy} + K_2(w - w_0)_{xx} + w_{0,xy}^2 - w_{0,xx}w_{0,yy} = 0; \quad (1)$$

а) деформации удлинения и сдвига в срединной поверхности оболочки

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - K_1(w - w_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2; \quad (i = 1, 2; j = x, y)$$

$$\gamma = \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y}; \quad (2)$$

б) деформации изгиба

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1u} = \varepsilon_{xu} &= -Z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) = \aleph_1 Z; \quad (i=1u, 2u; \quad j=xu, yu) \\ \gamma_u = \gamma_{yu} &= -2Z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) = 2\aleph_{xy} Z.\end{aligned}\quad (3)$$

Здесь

$$\aleph_1 = -(w - w_0)_{xx}; \quad \aleph_2 = -(w - w_0)_{yy}; \quad \aleph_{12} = x = -(w - w_0)_{xy}.$$

Деформации в произвольном слое полой оболочки, отстоящем на расстоянии z от срединной поверхности с учетом (2) и (3), определяем в соответствии с гипотезой Кирхгофа - Лява [3, 4]:

$$\varepsilon_{ij}^Z = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ij,z} = \varepsilon_{ij} + Z\aleph_{ij}; \quad (i, j = x, y). \quad (4)$$

В качестве физических уравнений принимаем соотношение нелинейной упругости [1,3,8,]:

$$\begin{aligned}\sigma_i^Z &= \sigma_{ii} = E(\varepsilon_{ii} + \nu\varepsilon_{jj}) / (1 - \nu^2) = E(\varepsilon_{ii}^Z + \nu\varepsilon_{jj}^Z) / (1 - \nu^2), \\ \tau_{12}^Z &= \tau_{12} = E\gamma_{12} / [2(1 + \nu)], \quad \begin{pmatrix} i=1, & j=2 \\ i & j \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (5)$$

Погонные усилия и моменты (рис.2) на единице длины дуги составной оболочки определяем из зависимостей [3,5]:

$$\begin{aligned}N_i &= \int_p^q \sigma_{ii} dZ + \sigma'_{Si} A'_{Si} - \sigma_{Si} A_{Si}, \quad S = \int_p^q \tau_{12} dZ, \quad M_i = \int_p^q \sigma_{ii} dZ + \sigma'_{Si} A'_{Si} Z'_{Si} - \sigma_{Si} A_{Si} Z_{Si}, \\ H &= \int_p^q \tau_{12} dZ, \quad (i=1,2)\end{aligned}\quad (6)$$

В выражениях (6) напряжения в арматуре σ_{Si} , σ'_{Si} с учетом (4) представим в виде:

$$\sigma_{Si} = \varepsilon_{Si} E_S = [\varepsilon_i + Z_{Si} \aleph_i] E_S; \quad \sigma'_{Si} = \varepsilon'_{Si} E_S = [\varepsilon_i + Z'_{Si} \aleph_i] E_S; \quad (i=1,2), \quad (7)$$

обоснованной экспериментальным методом моделирования.

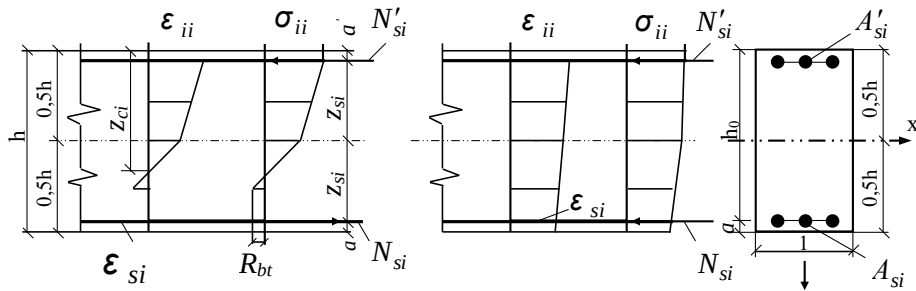


Рисунок 2. Эпюры распределения деформаций и напряжений в поперечном сечении железобетонной оболочки.

Figure 2. Diagrams of the distribution of strains and stress in the cross section of the reinforced concrete shell.

Внесем (5), (6) и (8) в (7) и интегрируя по толщине оболочки в пределах p, q , получим выражения для погонных усилий:

$$\begin{aligned}N_1 &= \varepsilon_1 (D_{11} + b'_{S1} - b_{S1}) + \varepsilon_2 D_{11p} + \aleph_1 (D_{21} + c'_1 + c_1) + \aleph_2 D_{21p}, \\ N_2 &= \varepsilon_1 D_{12p} + \varepsilon_2 (D_{12} + b'_{S2} - b_{S2}) + \aleph_1 D_{22p} + \aleph_2 (D_{22} + c'_2 + c_2), \quad S = \gamma D_{1K} + 2\aleph D_{2K}.\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь D_{ij} ; D_{ik} ; D_{ijp} – жесткостные коэффициенты.

$$b_{Si} = E_S A_{Si}; \quad b'_{Si} = E_S A'_{Si}; \quad c_i = Z_{Si} b_{Si}; \quad c'_i = Z'_{Si} b'_{Si};$$

$$Z_{Si} = h_{0i} - 0,5h; \quad Z'_{Si} = 0,5h - a'_i; \quad (i = 1, 2).$$

Высота сжатой зоны бетона определяется из геометрических соотношений (4) при $\varepsilon_{ij}^Z = 0$ на основе предложения В.М. Бондаренко [1] о совмещении нулевых деформаций и напряжений на единой нейтральной оси.

В дальнейшем мембранные усилия свяжем с функцией усилий в соответствии с [2- 4].

$$N_1 = F_{yy}, \quad N_2 = F_{xx}, \quad S = -F_{xy}. \quad (9)$$

Тогда из соотношений (8) можно получить следующие выражения для деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= B_1 F_{xx} + B_2 F_{yy} + B_3 w_{xx}^\Delta + B_4 w_{yy}^\Delta, \\ \varepsilon_2 &= B_5 F_{xx} + B_6 F_{yy} + B_7 w_{xx}^\Delta + B_8 w_{yy}^\Delta, \quad \gamma = B_9 F_{xy} + B_{10} w_{xy}^\Delta. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $w^\Delta = w - w_0$.

В выражениях (10) коэффициенты B_1 - B_{10} - производные функций усилий и прогибов.

Моментные усилия в (6) с учетом геометрических (4) и физических (5) зависимостей представим:

$$\begin{aligned} M_1 &= \varepsilon_1 (D_{21} + c_1 + c'_1) + \varepsilon_2 D_{21p} - w_{xx}^\Delta (D_{31} + c_{1z} + c'_{1z}) - w_{yy}^\Delta D_{31p}; \\ M_2 &= \varepsilon_2 D_{22p} + \varepsilon_2 (D_{22} + c_2 + c'_2) - w_{xx}^\Delta D_{32p} - w_{yy}^\Delta (D_{32} + c_{2z} + c'_{2z}); \quad H = \gamma D_{2K} - 2w_{xy}^\Delta D_{3K}, \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $w^\Delta = w - w_0$; D_{3j} ; D_{3jp} ; D_{3k} - жесткостные коэффициенты;

$$c_{iz} = b_{Si} Z_{Si}^2; \quad c'_{iz} = b'_{Si} (Z'_{Si})^2; \quad (i, j = 1, 2).$$

Поставив выражение (5) в (11), получим следующие выражения для изгибающих и крутящих моментов:

$$\begin{aligned} M_1 &= D_4 F_{xx} + D_5 F_{yy} + D_6 w_{xx}^\Delta + D_7 w_{yy}^\Delta, \\ M_2 &= D_8 F_{xx} + D_9 F_{yy} + D_{10} w_{xx}^\Delta + D_{11} w_{yy}^\Delta, \quad H = D_{12} F_{xy} + D_{13} w_{xy}^\Delta, \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь D_4 - D_{13} - переменные жесткостные коэффициенты армированного сечения и параметры неупругих свойств железобетона.

Уравнения равновесия элемента составной оболочки с учетом больших прогибов запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + q(x, z) &= 0; \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + q(y, z) = 0; \\ \frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} + N_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_1 \right) + 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_2 \right) + q(x, y) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Известно, что в случае физически и геометрически нелинейных упругопластических задач для оболочек уравнения равновесия и движения, записанные в усилиях и моментах, имеют тот же вид, что и в случае геометрически нелинейных упругих задач [3]. Поэтому уравнения движения оболочки принимаем в виде [2, 4, 5, 7, 8, 11]

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} - \frac{\gamma(h+F)}{g} \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} &= 0; \quad \frac{\partial N_2}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\gamma(h+F)}{g} \frac{\partial^2 \nu}{\partial t^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} + N_1 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + K_1 \right) + 2S \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + \\ + N_2 \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + K_2 \right) + q(x, y) - \frac{\gamma(h+F)}{g} \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где h - толщина обшивки.

$$F = F^j(y) + F^i(x) - V^{ij}(x, y);$$

$F^j(y), F^i(x)$ - площадь j - го, i - го ребер - балок жесткости,

$V^{ij}(x, y)$ - объем общей части пересечения ребер – балок жесткости.

Подставив в (1) и (13) вторые производные выражений (10) и (12), получим разрешающую систему уравнений изгиба железобетонной оболочки, усиленной ребрами жесткости, повышающими устойчивость пространственных систем [9, 11], в физической и геометрической нелинейной постановке при кратковременном нагружении:

$$\begin{aligned} L_1(F, D) + L_2(w^\Delta, D) + F_{yy}(K_1 + w_{xx}) + F_{xx}(K_2 + w_{yy}) - 2F_{xy}w_{xy} + q(x, y) = 0, \\ L_3(F, B) + L_4(w^\Delta, B) + w_{xx}w_{yy} - (w_{xy})^2 + K_1w_{yy} + K_2w_{xx} - \\ - w_{0,xx}w_{0,yy} + (w_{0,xy})^2 - K_1w_{0,yy} - K_2w_{0,xx} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где L_1, L_2, L_3, L_4 - дифференциальные операторы.

Разрешающая система уравнений (15) содержит переменные жесткостные характеристики и их производных по всей поверхности оболочки. Жесткостные характеристики являются функцией напряжений в бетоне и арматуре, наличия трещин, величины внешних нагрузок.

Дифференцируя по времени уравнения равновесия (13) неразрывности (совместности) деформаций (1), получим уравнение движение оболочки при длительном нагружении:

$$\begin{aligned} \dot{M}_{1,xx} + 2\dot{H}_{xy} + \dot{M}_{2,yy} + \dot{N}_1(w_{xx} + K_1) + 2\dot{S}w_{xy} + \dot{N}_2(w_{yy} + K_2) + \dot{w}_{xx}N_1 + 2\dot{S}w_{xy} + \dot{w}_{yy}N_2 = 0, \\ \dot{\varepsilon}_{1,yy} + \dot{\varepsilon}_{2,xx} - \dot{\gamma}_{xy} - 2w_{xy}\dot{w}_{xy} + (K_1 + w_{xx})\dot{w}_{yy} + (K_2 + w_{yy})\dot{w}_{xx} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

В качестве основного нелинейно-наследственного закона длительного деформирования оболочки приняты уравнения [2, 3]

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ii} = E(t) \left\{ \dot{\varepsilon}_{ii} + \nu \varepsilon_{jj} - \frac{1}{E_0} [\sigma_{ii} - \nu \sigma_{jj}] f(\sigma_i) \dot{\phi}(t) \right\} / (1 - \nu^2); (1 \Leftrightarrow 2) \\ \dot{\tau}_{12} = E(t) \{ \dot{\gamma}_{12}(t) - 2(1 + \nu) \tau_{12} f(\sigma_i) \dot{\phi}(t) / E_0 \} 2(1 + \nu), \end{aligned} \quad (17)$$

где $\phi(t, \tau) = E(\tau) C(t, \tau)$ – характеристика ползучести бетона, $C(t, \tau)$ – мера ползучести бетона.

Подставив в (16) соответствующие вторые производные из выражений (9) и (10), получим уравнения движения пологой железобетонной оболочки:

$$\begin{aligned} L_1(\dot{F}, D) + L_2(\dot{w}, D) + (K_1 + w_{xx})\dot{F}_{yy} + (K_2 + w_{yy})\dot{F}_{xx} - \\ - 2w_{xy}\dot{F}_{xy} + F_{yy}\dot{w}_{xx} + F_{xx}\dot{w}_{yy} - 2F_{xy}\dot{w}_{xy} = -L_1(F, D(t)) - L_2(w^\Delta, D(t)); \\ L_3(\dot{F}, B) + L_4(\dot{w}, B) + (K_1 + w_{xx})\dot{w}_{yy} + (K_2 + w_{yy})\dot{w}_{xx} - 2w_{xy}\dot{w}_{xy} = -L_3(F, B(t)) - L_4(w^\Delta, B(t)) \\ - 2w_{xy}\dot{w}_{xy} = -L_3(F, B(t)) - L_4(w^\Delta, B(t)). \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь дифференциальные операторы имеют аналогичный вид, как в (15) коэффициенты $D_4 - D_{13}, B_1$ - только вместо них нужно подставить $D_4(t) - D_{13}(t), B_1(t)$, а вместо F и w - соответственно их производные $\dot{F}$ и $\dot{w}$.

На основе статических критериев длительной и динамической устойчивости железобетонной составной оболочки получим нелинейные выражение [11, 13, 14], подставляя в (1) и (14)

$$M_1 + M_1^*, \dots; \varepsilon_1 + \varepsilon_1^*, \dots; w + w^*; q \quad (19)$$

$$\text{вместо } M_1 \dots; \varepsilon_1 \dots; w \text{ и } q. \quad (20)$$

Вычитая из них уравнение исходного состояния (20), линеаризуя оставшуюся часть уравнений, получим:

$$\begin{aligned} M_{1,xx}^* + 2H_{xy}^* + M_{2,yy}^* + K_1N_1^* + K_2N_2^* + N_1w_{xx}^* + N_2w_{yy}^* + N_1w_{xx}^* + N_2w_{yy}^* + 2Sw_{xy}^* + 2w_{xy}S^* = 0, \\ \varepsilon_{1,yy}^* + \varepsilon_{2,xx}^* - \gamma_{xy}^* - 2w_{xy}w_{xy}^* + w_{xx}w_{yy}^* + w_{yy}w_{xx}^* + K_1w_{yy}^* + K_2w_{xx}^* = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

где w^* - функция дополнительного прогиба оболочки.

Функцию дополнительных усилий принимаем в виде (9):

$$N_1^* = F_{yy}^*, N_2^* = F_{xx}^*, S^* = -F_{xy}^*. \quad (22)$$

Тогда из первых трех выражений (6) можно получить следующие зависимости для деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^* &= F_{xx}^* B_1^* + F_{yy}^* B_2^* + w_{xx}^* B_3^* + w_{yy}^* B_4^* + F_{xy}^* B_{11}^* + w_{xy}^* B_{12}^*; \\ \varepsilon_2^* &= F_{xx}^* B_5^* + F_{yy}^* B_6^* + w_{xx}^* B_7^* + w_{yy}^* B_8^* + F_{xy}^* B_{13}^* + w_{xy}^* B_{14}^*; \\ \gamma^* &= F_{xx}^* B_{15}^* + F_{yy}^* B_{16}^* + w_{xx}^* B_{17}^* + w_{yy}^* B_{18}^* + F_{xy}^* B_9^* + w_{xy}^* B_{10}^*. \end{aligned} \quad (23)$$

Внесём вариации (17), (4), (23) в (12) и получим выражения для погонных дополнительных изгибающих и крутящих моментов:

$$\begin{aligned} M_1^* &= D_4^* F_{xx}^* + D_5^* F_{yy}^* + D_6^* w_{xx}^* + D_7^* w_{yy}^* + D_{14}^* F_{xy}^* + D_{15}^* w_{xy}^*; \\ M_2^* &= D_8^* F_{xx}^* + D_9^* F_{yy}^* + D_{10}^* w_{xx}^* + D_{11}^* w_{yy}^* + D_{16}^* F_{xy}^* + D_{17}^* w_{xy}^*; \\ H_{12}^* &= D_{18}^* F_{xx}^* + D_{19}^* F_{yy}^* + D_{20}^* w_{xx}^* + D_{21}^* w_{yy}^* + D_{12}^* F_{xy}^* + D_{13}^* w_{xy}^*. \end{aligned} \quad (24)$$

Внося в (21) выражения (22), (23) и (24), получим уравнения устойчивости пологой железобетонной оболочки с учетом нелинейного деформирования бетона:

$$\begin{aligned} &L_1(F^*, D^*) + L_2(w^*, D^*) + L_9(F^*, D^*) + L_{10}(w^*, D^*) + \\ &K_1 F_{yy}^* + K_2 F_{xx}^* + F_{xx}^* w_{yy}^* + F_{yy}^* w_{xx}^* + F_{yy}^* w_{xx}^* + F_{xx}^* w_{yy}^* - 2F_{xy}^* w_{xy}^* - 2F_{xy}^* w_{xy}^* = 0; \\ &L_3(F^*, B^*) + L_4(w^*, B^*) + L_{11}(F^*, B^*) + L_{12}(w^*, B^*) + \\ &+ w_{xx}^* w_{yy}^* + w_{yy}^* w_{xx}^* + K_1 w_{yy}^* + K_2 w_{xx}^* - 2w_{xy}^* w_{xy}^* = 0; \end{aligned} \quad (25)$$

где F, w - функция усилий и прогибов.

Распределение коэффициентов B_i^*, C_i и D_i^* по поверхности составной оболочки принимается по ранее принятому закону и аппроксимируются в виде полиномов n -й степени по зависимости (26).

$$R(x, y) = R_{00} + R_{10x}x + \dots + R_{ij}x^i y^j + \dots + R_{mm}x^m y^m \quad (26)$$

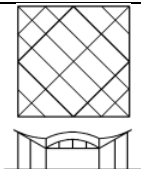
где $R_{ij}(i=0\dots m; j=0\dots m)$ - постоянные, определяемые из условия минимума квадратичных отклонений значений жесткостных коэффициентов.

Экспериментальное, математическое и компьютерное моделирование нелинейных задач сейсмостойкости оболочек

С использованием разработанных математических моделей и вычислительных алгоритмов решения нелинейных [3,13-16] статических и динамических задач о колебаниях и устойчивости гладких и ребристых оболочек, исследована компьютерными и экспериментальными методами моделирования сейсмостойкость составных оболочек с учетом изменяющихся динамических жесткостей (табл.1).

Таблица 1

Характеристика исследуемых типов оболочек и моделей

№ п.п.	Исследуемые оболочки, маркировка элементов	Эскиз	Масштаб, размеры в м	Назначение
1	Составные ребристые отрицательной гауссовой кривизны М-1		М 1:10 4,8х4,8 м	Изучение напряженно-деформированного состояния. Оценка прочности, устойчивости, сейсмостойкости и безопасности при различных сочетаниях нагрузки

Продолжение таблицы 1

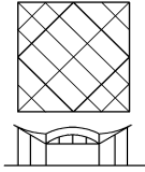
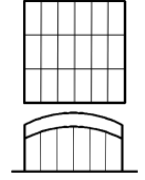
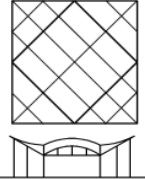
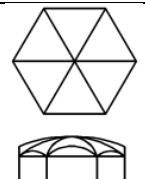
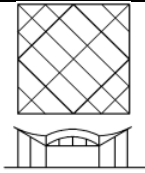
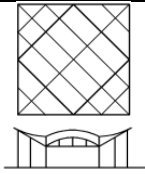
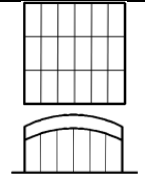
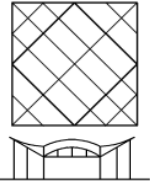
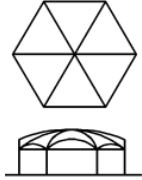
№ п.п.	Исследуемые оболочки, маркировка элементов	Эскиз	Масштаб, размеры в м	Назначение
2	Составные ребристые отрицательной гауссовой кривизны М-2		М 1:4 12x12 м	Изучение напряженно - деформированного состояния при монтажных, и эксплуатационных воздействиях. Оценка сейсмостойкости конструктивной безопасности
3	Пологие ребристые оболочки положительной гауссовой кривизны		96x96 м	
4	Составные ребристые отрицательно гауссовой кривизны		96x96 м	
5	Полигональные ребристые оболочка положительной гауссовой кривизны		96 м d=104 м.	

Table 1

Characteristics of the studied types of shells and models

No	Investigated shells, marking of elements	View	Scale, Dimensions, m	Purpose
1	Composite Ribbed Negative Gaussian Curvature M-1		М 1:10 4.8x4.8 м	Study of the stress-strain state. Assessment of strength, stability, seismic resistance and safety under various load combinations
2	Coupled ribbed negative Gaussian curvature M-2		М 1:4 12x12 м	Study of the stress-deformed state under mounting and operational impacts. Seismic resistance assessment of structural safety
3	Shallow Ribbed Shells of Positive Gaussian Curvature		96x96 м	Study of the stress-strain state at various levels and combinations of mounting load. Identification of rational ways of mounting and dismantling the shell. Evaluation of seismic resistance and constructive safety

Cont. of Table 1

No	Investigated shells, marking of elements	View	Scale, Dimensions, m	Purpose
4	Coupled Ribbed Negatively Gaussian Curvature		96x96 m	Study of the stress-strain state at various levels and combinations of mounting load. Identification of rational ways of mounting and dismantling the shell. Evaluation of seismic resistance and constructive safety
5	Polygonal ribbed shell of positive Gaussian curvature		96 m d=104 m.	

С учетом отмеченных особенностей работы составных оболочек выражение для сейсмической силы, соответствующее i, j -тому тону собственных колебаний сооружений, можно представить в виде:

$$S_0(x, y) = q(x, y) A \mu(x, y) \beta_{ij}(\ell, \gamma, c) K_v \eta_{ij}(x, y) \tag{27}$$

где i, j - количество полуволн, соответствующих формам колебаний;
 $\mu(x, y)$ - функции распределения переносного движения по площади покрытия;
 ℓ - протяженность здания;
 γ - коэффициент затухания колебаний системы;
 c - скорость распространения сейсмической волны в грунте;
 β_{ij} - коэффициент динамичности;
 $T_{i,j}$ - период колебание;
 $\omega_{i,j}$ – частота колебание, определяется по выражениям.

$$\beta_{ij} = \frac{K}{T_{i,j}}, \quad T_{ij} = 2\pi / \omega_{i,j}; \tag{28}$$

Частота свободных колебаний оболочек сложной геометрии (рис.1) при решении рассматриваемых задач определялась путем выполнения ряда разрезов [4, 6, 11]. При этом вместо составной оболочки рассматривались несколько оболочек простых типов (сферических, конических, цилиндрических оболочек с квадратными прямоугольными, трапециевидальными и треугольными планами и т.д.).

В линиях разрезов вводятся усилия (нормальные силы, моменты), изменяющиеся гармонически с неизвестной частотой. Далее решаются задачи о вынужденных колебаниях каждой из оболочек под действием краевых усилий.

Используя закон равенства усилий и условия совместности деформации в зонах сопряжения оболочки, получаем уравнение для определения частот собственных колебаний составных оболочек.

Уравнение движения элемента ребристой оболочки в эксплуатационной стадии с учетом больших прогибов получим по выражению (14).

Погонные усилия и моменты в сечения ребристой оболочки представим:

$$\begin{aligned} N_1 &= N_1^o + N_1^p; \quad S = S^o + S^p; \\ M_1 &= M_1^o + M_1^p; \quad H_{12} = H_{12}^o + H_{12}^p \quad (1 \rightarrow 2). \end{aligned} \tag{29}$$

Применяя нелинейно – наследственный закон деформирования оболочки по (17) и внося

в (9), получим видоизмененное выражение (29).

Внесем в (14) вместо усилий и моментов их выражения через перемещения и в соответствии с [6,8] получим основную систему уравнений в перемещениях, описывающих движение полой оболочки с учетом длительного деформирования.

С использованием смешанного метода [3-5] решались задачи свободных колебаний оболочек. Полученные системы разрешающих дифференциальных уравнений преобразовывались в систему алгебраических уравнений метода Бубнова - Галеркина [8, 13, 15].

Частота собственных колебаний определяется из системы алгебраических уравнений, которая в матричной форме имеет вид:

$$\sum_m^M \sum_n^N \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} - \omega^2 mn \bar{J}_{22} \end{bmatrix} mnrq \times \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \end{bmatrix} mn = 0, \quad (30)$$

где $J_{11}...J_{12}$ – частотные коэффициенты.

Решением (30) для конкретных граничных условий опирания составных оболочек при заданных законах свободных колебаний определяются динамические параметры длительно загруженных оболочек, которые используются при определении сейсмической составляющей нагрузки. Величина полной нагрузки принимается как сумма статических и сейсмических составляющих:

$$q = q_{sh} + q_s; \quad (31)$$

Длительное напряженно-деформированное состояние оболочки можно создать догрузкой кратковременно загруженных конструкций с контролем прогиба на основе экспериментально установленных нелинейных законов деформирования:

$$q_1 = q_{sh} + \Delta q_{sh}$$

С учетом (32) выражение (31) представим как

$$q = q_1 + q_s$$

Величина сейсмической составляющей нагрузки с учетом (27) определяется по формуле

$$q_s = q_{sh} + \frac{1}{g} \ddot{w} \beta$$

где $\ddot{w}$ – вертикальное ускорение конструкций, вызванное землетрясением и принимаемое равным 0,1; 0,2 и 0,4 м/с² для интенсивности 7, 8, 9 баллов соответственно.

Результаты исследований показывают, что для землетрясений с интенсивностью 7, 8 и 9 баллов величины предельной длительной статической и сейсмической нагрузки можно принять соответственно равными

$$q \cong 0,7q_u; \quad q \cong 0,65q_u; \quad q \cong 0,6q_u.$$

При этом величины предельных прогибов и ширина раскрытия трещин конструкции оболочки ограничиваются в соответствии с рекомендациями по проектированию пространственных конструкций покрытий и перекрытий.

Разработанный алгоритм расчета в виде программного модуля для компьютера реализован при выполнении численных экспериментов и сравнительного анализа результатами экспериментальных исследований составных оболочек различных геометрических форм, подверженных кратковременным и длительным статическим нагрузкам, и последующей оценки их работы на динамическое воздействие различной интенсивности. Сравнение результатов численного расчета с экспериментальными данными приведено в табл. 2 и 3.

Выполненные численные расчеты составных оболочек с различными конфигурациями в плане на кратковременное и длительное действие нагрузки, достигающей высокого уровня [4], сравнивались с экспериментальными данными, полученными на моделях составных оболочек (табл.2).

Таблица 2

Результаты сравнительной оценки экспериментальных и численных исследований составных оболочек при статическом нагружении

Конструкция	Пролёт, м	Нагрузка, кН/м ²	Прогиб оболочки, мм		
			К началу наблюдения	К концу наблюдения	Длительность наблюдений, сут.
Составная оболочка отрицательной кривизны	3,2x3,2	4,0	10,6/11,2	13,4/15,6	92
	12x12	2,9	20,0/23,0	23,2/26,2	420
Составная оболочка положительной кривизны	1,8x1,8	14,4	4,6/5,1	7,1/8,0	907
		24,7	8,6/9,9	13,4/14,3	907
Полигональная оболочка отрицательной кривизны	3,0x3,0	9,6	16,0/18,7	20,4/23,4	90
Полигональная оболочка положительной кривизны	d=1,8	16	5,4/6,4	-	-
Многоволновый конический купол	d=3,6	9,6	1,4/1,6	1,35/1,6	120
		14,4	3,3/3,7	3,4/3,8	120
		19,2	5,1/5,8	5,4/5,9	120

В числителе – экспериментальные данные, в знаменателе – расчетные

Table 2

Results of the comparative analysis of experimental and numerical investigations of coupled shells under static loading

Structure	Span, m	Load, kN/m ²	Shell displacement, mm		
			Initial	Final	Duration, days
Coupled shell of a negative curvature	3.2x3.2	4.0	10.6/11.2	13.4/15.6	92
	12x12	2.9	20.0/23.0	23.2/26.2	420
Coupled shell of a positive curvature	1.8x1.8	14.4	4.6/5.1	7.1/8.0	907
		24.7	8.6/9.9	13.4/14.3	907
Polygonal shell of a negative curvature	3.0x3.0	9.6	16.0/18.7	20.4/23.4	90
Polygonal shell of a positive curvature	d=1.8	16	5.4/6.4	-	-
Multiwave conical dome	d=3.6	9.6	1.4/1.6	1.35/1.6	120
		14.4	3.3/3.7	3.4/3.8	120
		19.2	5.1/5.8	5.4/5.9	120

The numerator provides experimental data, the denominator presents the calculated results

Расхождение результатов расчета по предлагаемой методике с данными эксперимента не превышает 15% для оболочек различного вида, нагруженных длительной эксплуатационной нагрузкой высокого уровня. Качественный анализ показывает, что характер экспериментальных и расчетных эпюр прогибов и усилий совпадает не только в середине пролета, но и по всему полю исследуемых оболочек, имеющих различную степень повреждений, начальных несовершенств и прогибов конструкции.

Анализ проведенных численных исследований (табл.3) показал, что учет длительности эксплуатации, развития трещин, накопления повреждений, изменения податливости конструкций привел к снижению начальных динамических жесткостей конструкции, которые необходимо учитывать для обеспечения эксплуатационной безопасности проектируемых уникальных зданий и сооружений. Сравнение опытных и теоретических данных для большепролетных уникальных зданий и сооружений обеспечивает достаточно хорошие совпадение с

учетом особенностей поведения оболочки сложной геометрии при длительном статическом нагружении и подверженным в дальнейшем кратковременным динамическим воздействиям высокой интенсивности.

Таблица 3

Динамические параметры составных оболочек

Конструкция	Пролёт, м	Частота* вертикальных колебаний, Гц	
		ω_{11}	ω_{12}
Пологие оболочки двоякой кривизны Составная оболочка положительной кривизны	12x24	19,5/20,1	5,0/6,4
	18x18	25,5/24,9	20,8/20,3
	24x24	25,8/24,7	8/8,8
	40x40	10,5/10,4	6/5,7
Четырехлепестковый ассимгиполоид отрица- тельной кривизны	18x18	9,25/10,0	4,5/5,1
	Ø9,6	25/25,7	12/11,8
	Ø30	9,25/9,75	4,6/5,1
	Ø44	3,5/3,75	-
Составные оболочки с квадратным планом	1,8/1,8	25/24,5	17/17,7
	4,8/4,8	9,12/9,6	-
	4,5/4,5	8,6/9,0	-
	12/12	14,7/14,2	-
Однолепестковый гипар оболочек	22x30,4	4,8/5,1	-

В числителе – экспериментальные данные, в знаменателе – расчетные

Table 3

Dynamic parameters of coupled shells

Structure	Spam, m	Frequency* of the vertical vibrations, Hz	
		ω_{11}	ω_{12}
Shallow shells of a double curvature Coupled shell of a positive curvature	12x24	19.5/20.1	5.0/6.4
	18x18	25.5/24.9	20.8/20.3
	24x24	25.8/24.7	8/8.8
	40x40	10.5/10.4	6/5.7
Four-lobed asymmetrical hypopoloid of negative curvature	18x18	9.25/10.0	4.5/5.1
	Ø9,6	25/25.7	12/11.8
	Ø30	9.25/9.75	4.6/5.1
	Ø44	3.5/3.75	-
Coupled shell with square plan	1.8/1.8	25/24.5	17/17.7
	4.8/4.8	9.12/9.6	-
	4.5/4.5	8.6/9.0	-
	12/12	14.7/14.2	-
One-lobed gipar	22x30.4	4.8/5.1	-

The numerator provides experimental data, the denominator presents the calculated results

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенных исследований сейсмостойкости нелинейно деформируемых большепролетных пространственных конструкций уникальных зданий с учетом изменяющихся динамических жесткостей можно сделать следующие выводы:

- на современном этапе развития строительства большепролетных уникальных зданий и сооружений с применением пространственных конструкций разработка новых математических моделей и вычислительных алгоритмов, предназначенных для обеспечения динамической жесткости, устойчивости, сейсмостойкости эксплуатируемых объектов является акту-

альным;

- для гладкой и ребристой оболочки, усиленной ребрами жесткости, получена разрешающая система уравнений относительно прогибов и внутренних усилий в условиях нелинейной ползучести, позволяющая оценить напряженно-деформированное состояние конструкции в эксплуатационной стадии с учетом региональной особенности района строительства;

- предложенные физические и геометрические нелинейные модели деформирования, алгоритмы решения динамических задач применены для оценки работы гладких и ребристых составных оболочек сложной геометрии с переменной жесткостью, вызванной накоплением повреждений и ортотропностью структуры исследуемых систем;

- показана возможность применения предложенной методики учета изменяющихся динамических жесткостей в расчетах динамической прочности и устойчивости большепролетных оболочек сложной геометрии. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными показали хорошее соответствие.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко В.М., Колчунов В.И. Расчетные модели силового сопротивления железобетона. М.: Издательство АСВ, 2004-472 с.
2. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Издательство Наука, 1972. 432 с
3. Раззаков С.Р. Составные железобетонные оболочки покрытий зданий в условиях длительной эксплуатации и сейсмических воздействий. –Ташкент: Издательство Фан, 2004. 380 с.
4. Razzakov S.R. Modeling of seismic resistance of spatial high-span unique structures in the operational stage // IOP Conf. series: Materials science and engineering. 2021. Vol. 1079. 0422064. doi 10.1088/1757-899 1079/4/042064/
5. Саргсян А.Е., Нахонетян А.А. Методика определения динамического эффекта сейсмических воздействий на сооружения // Строительная механика расчет сооружений. 1988. №2. С. 10-12.
6. Сахаров И.Е. Использование метода динамических жесткостей для расчета частот собственных колебаний составных оболочек // Теория оболочек и пластин. Труды IV Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин. Ереван, Промздания 2012. С. 861-870.
7. Тамразян А.Г., Есаян С.Г. Механика ползучести бетона. – М.: Издательство МИСИ-МГСУ, 2012. 492 с.
8. Карпов В.В., Игнатьев О.З., Салыников А.Ю. Нелинейные математические модели деформирования оболочек переменной толщины и алгоритмы их исследования. – М.: Издательство АСВ, 2002. 420 с.
9. Раззаков Н.С. Железобетонные оболочки покрытий уникальных большепролетных зданий в стадии возведения. Ташкент: Издательство «Фан», Академия наук Республики Узбекистан, 2022. 212 с.
10. Razzakov N.S. International Science and Modeling the Construction Stages of Large Span Spatial Unique Buildings of Complex Geometry// Modeling and methods of structural analysis // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series: 1425 (2020) 012100 doi: 10.1088/1742-6596/1425/1/012100.
11. Razzakov S.R., Fridman G.S. Razzakov N.S. Evolution of dynamic parameters the composite spatial constructions in the process operation // Collection of reports of an international scientific and practical conference, Moscow MISI-MGSU, 2018. P 356-361.
12. Городецкий А.С. Евзеров И.Д. Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – Киев: Издательство Факт, 2009. 394 с.
13. Жгуты В. М., Мухин Д.Е., Панин А.Н. Прочность и устойчивость пологих ребристых оболочек с учетом геометрической и физической нелинейности // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2008. -№ 2. - С. 41-44.
14. Григорьев В.И., Прокопьев В.И., Твердый Ю.В. Деформирование, устойчивость и колебания оболочных конструкций. М.: Издательство АСВ. 2007. -208 с.
15. Петров В.И., Кривахин И.В. Методы расчета конструкций из нелинейно деформируемого материала. М.: Издательство АСВ, 2009. 208 с.
16. Перельмутер А.В. Управление поведением несущих конструкций. М : Изд-во АСВ, 2011.— 184 с.

REFERENCES

1. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. Calculation models of force resistance of reinforced concrete. Moscow: ASV Publishing House, 2004-472 p. (In Russ.)
2. Volmir A.S. Nonlinear dynamics of plates and shells. Moscow: Nauka Publishing House, 1972. 432 p. (In Russ.)
3. Razzakov S.R. Composite reinforced concrete shells of building coverings under conditions of long-term operation and seismic effects. Tashkent: Fan Publishing House, 2004. 380 p. (In Russ.)

4. Razzakov S.R. Modeling of seismic resistance of spatial high -span unique structures in the operational stage. *IOP Conf. series: Materials science and engineering*. 2021. Vol. 1079. 0422064 doi 10.1088/1757-8991/1079/4/042064/
5. Sargsyan A.E. Nakhopetyan A.A. Methodology for determining the dynamic effect of seismic effects on structures. *Construction mechanics calculation of structures*. 1988. No. 2. Pp. 10-12. (In Russ.)
6. Sakharov I.E. Using the method of dynamic stiffness to calculate the frequencies of natural oscillations of composite shells // *Theory of shells and plates. Proceedings of the IV All-Union. conf. on the theory of shells and plates. Yerevan, Industrial buildings* 2012. P. 861-870. (In Russ.)
7. Tamrazyan A.G., Esayan S.G. *Mechanics of concrete creep*. - M.: Publishing house MISI-MGSU.2012. – 492 p. (In Russ.)
8. Karpov V.V., Ignatiev O.Z., Salynikov A.Yu. *Nonlinear mathematical models of deformation of shells of variable thickness and algorithms for their study*. - M.: ASV Publishing House; 2002, - 420 p. (In Russ.)
9. Razzokov N.S. Reinforced concrete shells of unique large-span buildings under construction. Tashkent Publishing house " Fan ". academies Sciences Republic Uzbekistan. Monograph 2022. 212 p.
10. Razzokov N.S. International Science and Modeling the Construction Stages of Large Span Spatial Unique Buildings of Complex Geometry// *Modeling and methods of structural analysis. JOP conf. Series: Journal of Physics: Conf: Series: 1425 (2020) 012100* doi: 10.1088/1742-6596/1425/1/012100.
11. Razzakov S.R., Fridman G.S., Razzakov N.S. Evolution of dynamic parameters the composite spatial constructions in the process operation. *Collection of reports of an international scientific and practical conference, Moscow MISI-MGSU-2018*, Pp. 356-361.
12. Gorodetsky A.S. Evzerov I.D. *Computer models of structures*. Kyiv: Fact, 2009. 394 p. (In Russ.)
13. Zhgutov V. M., Mukhin D. E., and Panin A. N. “Strength and stability of shallow ribbed shells taking into account geometric and physical nonlinearity. *Seismostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy*. 2008. No. 2. Pp. 41-44. (In Russ.)
14. Grigoriev V.I., Prokoliev V.I., Tverdy Yu.V. *Deformation, vibration stability of shell structures*. Moscow: ASV Publishing House. 2007. 208 p. (In Russ.)
15. Petrov V.I., Krivashin I.V. *Methods for calculating structures from a non-linearly deformable material*. Moscow: ASV Publishing House, 2009. 208 p.
16. Perelmutter A.V. *Controlling the behavior of load-bearing structures* Moscow: Publishing House ASV, 2011. 184 p. (In Russ.)