

УДК 624.012.539

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/ RESEARCH ARTICLE

Исследование железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении

З.Р. Галяутдинов^{1*}

¹Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск, Российская Федерация

gazr@yandex.ru

Ключевые слова: кратковременная динамическая нагрузка, коэффициент динамичности, податливая опора, уравнение движения, усилие, перемещение, частота

История статьи

Поступила в редакцию: 30.11.2022

Доработана: 07.12.2022

Принята к публикации: 14.12.2022

Для цитирования

Галяутдинов З.Р. Исследование железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Железобетонные конструкции. 2023. Т. 1. № 1. С. 28–36.

Аннотация. Сооружения гражданской обороны подвергаются действию кратковременных динамических нагрузок высокой интенсивности. Для снижения динамических усилий и перемещений конструкций в последние годы все более широкое применение находят активные способы защиты, к которым относятся податливые опоры. В настоящей работе оценка влияния податливости опор выполнена по результатам расчета железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении. Работа конструкции рассматривается в условно упругой стадии, а податливых опор в упругой, пластической и стадии отвердения. В качестве податливых опор приняты сминаемые вставки кольцевого профиля. Для железобетонных балок на податливых опорах определены уравнение движения, функция и коэффициент динамичности. Установлено, что применение упругих податливых опор может оказывать как положительное, так и отрицательное влияние на работу конструкций, выражающееся в превышении усилий и перемещений конструкций на упругих опорах относительно элементов на несмещаемых опорах. При деформировании податливых опор в упругой и пластической стадиях происходит резкое снижение коэффициента динамичности балок, а, следовательно, напряжений и деформаций в конструкциях. Переход податливых опор в стадию отвердения приводит к резкому росту коэффициента динамичности конструкции.

Study of Reinforced Concrete Beams on Yielding Supports under Short-Term Dynamic Loading

Galyautdinov Z.R.^{1*}

¹ Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering (TSUAB), 2, Solyanaya Sq., Tomsk, 634003, Russian Federation

gazr@yandex.ru

Галяутдинов Заур Рашидович, д.т.н, доцент, заведующий кафедры «Железобетонные и каменные конструкции», Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГСУ), 634003, г. Томск, пл. Соляная, д. 2; eLIBRARY SPIN-код: 3050-1547, Scopus: 57190934189, ORCID: 0000-0003-3547-185X, E-mail: gazr@yandex.ru.

Zaur R. Galyautdinov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures, Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering (TSUAB), 2, Solyanaya Sq., Tomsk, 634003, Russian Federation, eLIBRARY SPIN-код: 3050-1547, Scopus: 57190934189, ORCID: 0000-0003-3547-185X, E-mail: gazr@yandex.ru.

© Галяутдинов З.Р., 2023



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Keywords: short-term dynamic load, dynamic coefficient, yielding support, equation of motion, force, displacement, frequency

Article history

Received: 30.11.2022

Revised: 07.12.2022

Accepted: 14.12.2022

For citation

Galyautdinov Z.R. Study of Reinforced Concrete Beams on Yielding Supports under Short-Term Dynamic Loading. *Reinforced concrete structures*. 2023;1(1):28–36.

Abstract. Civil defense structures are exposed to short-term dynamic loads of high intensity. In order to reduce dynamic forces and movements of structures, active methods of protection, which include yielding supports, have been increasingly used in recent years. In this paper, the assessment of the influence of the yielding of supports is carried out based on the results of the calculation of reinforced concrete beams on yielding supports under short-term dynamic loading. The work of the structure is considered in the conditionally elastic stage, and yielding supports in the elastic, plastic and hardening stages. Collapsible inserts of an annular profile are accepted as yielding supports. For reinforced concrete beams on yielding supports, the equation of motion, function and coefficient of dynamism are determined. It has been established that the use of elastic yielding supports can have both positive and negative effects on the operation of structures, which is expressed in the excess of forces and displacements of structures on elastic supports relative to elements on non-displaceable supports. When yielding supports are deformed in the elastic and plastic stages, there is a sharp decrease in the dynamic coefficient of beams, and, consequently, stresses and deformations in structures. The transition of yielding supports to the stage of hardening leads to a sharp increase in the dynamic coefficient of the structure.

ВВЕДЕНИЕ

Кратковременные динамические нагрузки [1] вызывают в конструкциях значительные усилия и перемещения. При этом прочность железобетонных конструкций обеспечивается путем увеличения их несущей способности, что достигается за счет развития сечений элементов, увеличения армирования и применения материалов повышенной прочности. С целью экономии материалов конструкции при действии интенсивных динамических нагрузок проектируются по стадии Iб, в соответствии с которой в элементах допускаются значительные пластические деформации без обрушения конструкций. Однако даже в этом случае расход бетона и арматуры будет значительным, а конструкции после динамического воздействия не пригодны к дальнейшей эксплуатации без усиления или их замены. В этой связи задача снижения интенсивности кратковременного динамического воздействия и, соответственно, усилий и перемещений конструкций является весьма актуальной.

Для снижения интенсивности динамического воздействия, в последние годы, все более широкое применение находят активные способы защиты, к которым относятся податливые опоры [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. Экспериментальные [9, 10, 11, 12, 13, 14] и теоретические [9, 15, 17, 18, 19] исследования железобетонных балок и плит на податливых опорах в виде сминаемых вставок кольцевого сечения свидетельствуют о высокой эффективности их применения при кратковременном динамическом нагружении. По результатам экспериментальных исследований установлено, что степень снижения интенсивности динамической нагрузки зависит от стадии деформирования податливой опоры.

МЕТОД

Оценка влияния податливости опор на напряженно-деформированное состояние железобетонных балок выполнена на основе численно-теоретических исследований. Рассматривается однопролетная условно упругая железобетонная балка на податливых опорах пролетом l , нагруженная равномерно распределенной нагрузкой (рис. 1, а). Закон изменения нагрузки характеризуется нарастанием до максимального значения за время Θ_1 и последующим спадом в течении времени Θ_2 (рис. 1, б). Уравнение движения балки на несмещаемых опорах имеет вид [20]

$$B \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = p f(t), \quad (1)$$

где B – жесткость балки при изгибе с учетом трещин в бетоне; m – погонная масса балки; $y(x, t)$ – функция перемещений; $f(t)$ – функция закона изменения нагрузки во времени.

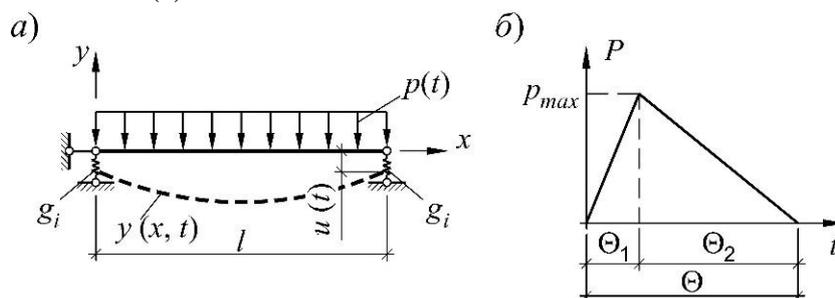


Рис. 1. Расчетная схема балки на податливых опорах (а) и закон изменения нагрузки во времени (б)
Figure 1. Calculation scheme of a beam on yielding supports (a) and the law of load change in time (b)

Для получения уравнения движения балки на податливых опорах функция перемещений балки на податливых опорах $y(x, t)$ принимается равной

$$y(x, t) = u(t) + pF(x)T(t), \quad (2)$$

где $u(t)$ – функция перемещений податливых опор; $F(x)$ – функция распределения перемещений, обусловленных деформированием балки; $T(t)$ – функция динамичности.

Подстановка выражения (2) в уравнение движения (1) и выполнение преобразований согласно методу Бубнова-Галеркина приводит к уравнению движения балки на податливых опорах

$$\ddot{T}(t) + \omega_{c1}^2 T(t) = \omega_{c1}^2 f(t), \quad (3)$$

где ω_{c1} – частота собственных колебаний балки на податливых опорах; $T(t)$ – функция динамичности балки на податливых опорах.

Значение ω_{c1} определяется зависимостью

$$\omega_{c1} = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \frac{\pi^4}{2} \cdot \frac{1}{W_i}}}, \quad (4)$$

где ω – частота собственных колебаний балки на несмещаемых опорах; $W_i = \frac{g_i \cdot l^3}{B}$ – параметр, характеризующий соотношение жесткостей балки и податливых опор; g_i – жесткость податливых опор в i -той стадии деформирования ($i = el$ – упругая, $i = pl$ – пластическая, $i = h$ – отвердения).

Решением уравнения (3) является функция динамичности $T(t)$ в зависимости от стадии деформирования податливых опор. Максимальное значение функции динамичности представляет собой коэффициент динамичности железобетонной балки $k_{d,SY}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Далее рассмотрим результаты расчета железобетонных балок и изменение коэффициента динамичности конструкции в зависимости от стадии деформирования податливой опоры.

Из выражения (4) видно, что применение упругих податливых опор приводит к снижению частоты собственных колебаний системы «балка – податливая опора», что, в свою очередь,

приводит к «растяжению» функции коэффициента динамичности вправо по оси абсцисс $\omega_1 \theta$ (рис. 2). Степень трансформации диаграммы $k_{d,SY}$ обратно пропорциональна параметру W_{el} .

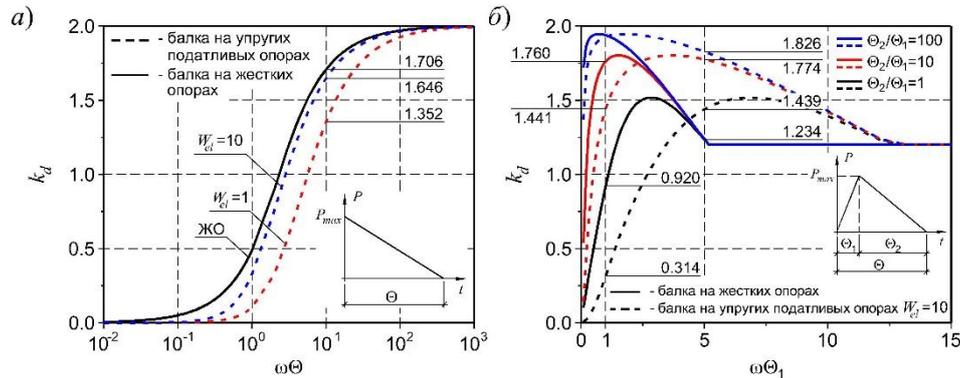


Рис. 2. Коэффициент динамичности для балок на жестких и упругих податливых опорах при различных законах изменения нагрузки во времени:

- 1 – балка на жестких опорах; 2 – балка на податливых опорах ($W_{el} = 1$);
- 3 – балка на податливых опорах ($W_{el} = 10$); 4 – при $\Theta_2/\Theta_1 = 1$;
- 5 – при $\Theta_2/\Theta_1 = 10$; 6 – при $\Theta_2/\Theta_1 = 100$

Figure 2. The coefficient of dynamism for beams on rigid and elastic yielding supports for various laws of load changes over time:

- 1 – beam on rigid supports; 2 – beam on yielding supports ($W_{el} = 1$);
- 3 – beam on yielding supports ($W_{el} = 10$); 4 – at $\Theta_2/\Theta_1 = 1$;
- 5 – at $\Theta_2/\Theta_1 = 10$; 6 – at $\Theta_2/\Theta_1 = 100$

Для мгновенно нарастающей нагрузки функция динамичности носит монотонно возрастающий характер, вследствие чего, коэффициент динамичности балок на податливых опорах при любом значении $\omega_1 \theta$ ниже соответствующей величины для балок на несмещаемых опорах (рис. 2, а).

Для нагрузки постепенно нарастающей во времени с последующим спадом до нуля функция коэффициента динамичности балки на несмещаемых опорах принимает максимальные значения в интервале $\omega_1 \theta_1 = 0...5$, после чего стабилизируется на значениях $k_d \approx 1.1...1.2$ (рис. 2, б).

Для указанной нагрузки применение податливых опор, деформирующихся только в упругой стадии, во-первых не приводит к снижению коэффициента динамичности во всем диапазоне параметра $\omega_1 \theta_1$, а во-вторых происходит расширение диапазона значений параметра $\omega_1 \theta_1$, в пределах которого коэффициент динамичности достигает предельного значения (рис. 2, б).

Более наглядно влияние податливости опор на коэффициент динамичности балок на податливых опорах можно проследить на графиках $\frac{k_{d,SY}}{k_d} - \omega_1 \theta_1$, представленных на рис. 3. На пред-

ставленных графиках значения $\frac{k_{d,SY}}{k_d} \leq 1$ представляют область положительного влияния подат-

ливости опор, т.е. спектр значений $\omega_1 \theta_1$, при котором $k_{d,SY} \leq k_d$. Соответственно при $\frac{k_{d,SY}}{k_d} > 1$

наличие упругих податливых опор приводит к увеличению $k_{d,SY}$ относительно k_d , т.е. в данном случае имеет место отрицательный эффект.

Из графических зависимостей (рис. 3) видно, что эффективность податливых опор, в зависимости от соотношения θ_2/θ_1 , проявляется в достаточно узком диапазоне параметра $\omega_1 \theta_1$, который уменьшается с увеличением жесткости опор. Применение упругих податливых опор целесообразно для $W_{el} = 1$ при $\omega_1 \theta_1 < 10$, для $W_{el} = 10$ при $\omega_1 \theta_1 < 4.5$ и для $W_{el} = 100$ при $\omega_1 \theta_1 < 3.2$. При больших значениях наблюдается отрицательный эффект. Величина $\frac{k_{d,SY}}{k_d}$ и граничное значение $\omega_1 \theta_1$ уменьшается с ростом W_{el} и θ_2/θ_1 .

Таким образом, применение податливых опор постоянной (неизменной) жесткости для нагрузок, характеризующихся стадией нарастания и спада, может оказывать как положительное влияние на работу конструкций, так и отрицательное. Данное обстоятельство необходимо учитывать при проектировании конструкций на податливых опорах чтобы избежать появления больших, по сравнению с конструкциями на несмещаемых опорах, усилий и перемещений в конструкциях. Для повышения эффективности повышения сопротивления железобетонных конструкций динамическим воздействиям целесообразно применение податливых опор переменной жесткости. К опорам данного типа относятся сминаемые вставки кольцевого сечения, характеризующиеся упругой и пластической стадией деформирования и стадией отвердения.

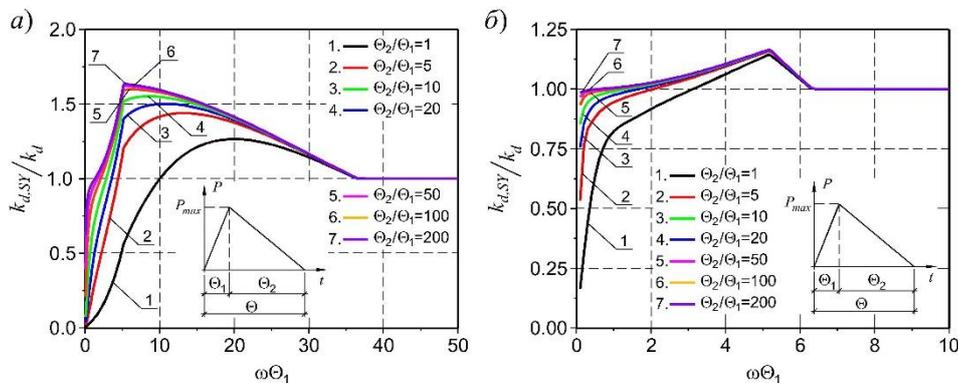


Рис. 3. Влияние податливости опор на коэффициент динамичности при $W_{el} = 1$ (а) и $W_{el} = 100$ (б)

Figure 3. Influence of compliance of supports on the coefficient of dynamism at $W_{el} = 1$ (a) and $W_{el} = 100$ (b)

При деформировании податливых опор в пластической стадии на величину коэффициента динамичности значительное влияние оказывает время перехода опоры из упругой в пластическую стадию. Из полученных зависимостей видно, что при $W_{el} = 1$ и $\theta_2/\theta_1 = 1$ (рис. 4, а) для всех рассматриваемых значений $\omega_1 \theta_1$ при любом значении $t_{SY,el}$ имеет место положительный эффект от применения податливых опор (при $t_{SY,el} \leq t_{max}$). С увеличением W_{el} , θ_2/θ_1 и $\omega_1 \theta_1$ область положительного влияния податливых опор сужается. Тем не менее для всех рассматриваемых значений W_{el} , θ_2/θ_1 и $\omega_1 \theta_1$ существует оптимальное время $t_{SY,el}^{opt}$, при котором наблюдается наибольшее снижение коэффициента динамичности $k_{d,SY}$. При этом во всех случаях $\frac{k_{d,SY}(t_{SY,el}^{opt})}{k_d} < 1$.

Из графиков $\frac{k_{d,SY}}{k_d} - \omega_1 \theta_1$, построенных при оптимальных значениях времени $t_{SY,el}^{opt}$, видно, что применение упругопластических податливых опор позволяет снизить величину $k_{d,SY}$ в рассматриваемом диапазоне параметра $\omega_1 \theta_1 = 0 \dots 100$ (рис. 5). В наименьшей степени влияние податливых опор сказывается на конструкциях с $\omega_1 \theta_1 = 5 \dots 10$. Наибольшая эффективность применения

податливых опор наблюдается при $\omega_1 \theta_1 < 5$. При $\omega_1 \theta_1 > 10$ значение $\frac{k_{d,SY}}{k_d} = 0.8...0.9$ для всех значение W_{el} и θ_2/θ_1 .

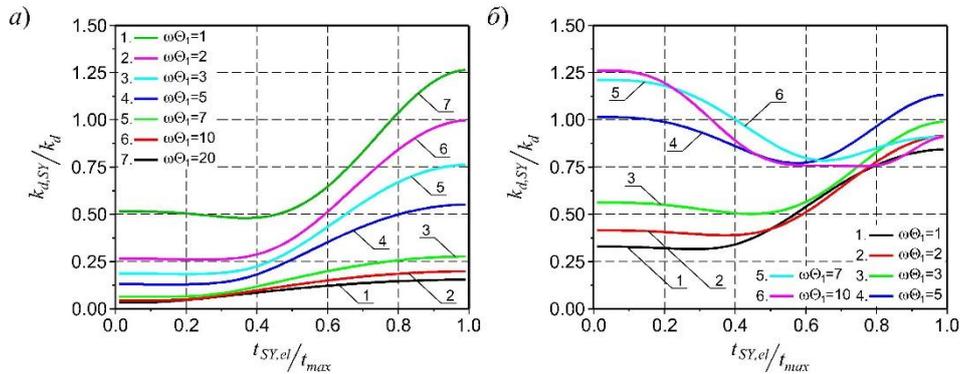


Рис. 4. Изменение $k_{d,SY}/k_d$ для балок при $W_{el} = 1$ (а) и $W_{el} = 100$ (б)

Figure 4. Change $k_{d,SY}/k_d$ for beams at $W_{el} = 1$ (a) and $W_{el} = 100$ (b)

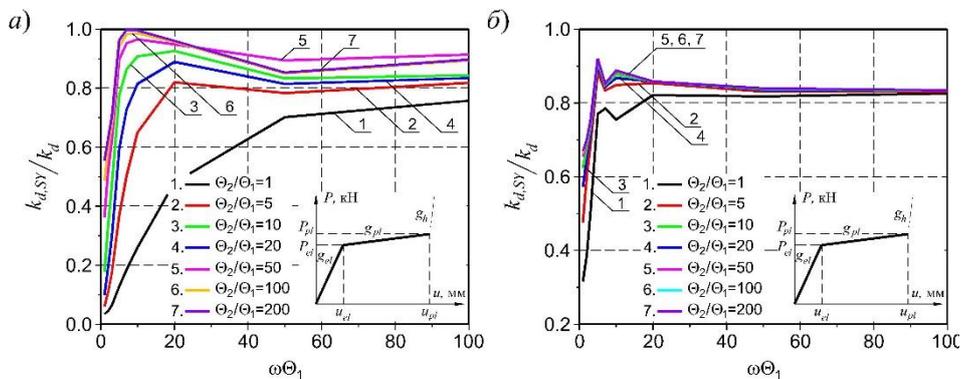


Рис. 5. Изменение $k_{d,SY}/k_d$ для балок при оптимальных значениях $t_{SY,el}$: а – $W_{el} = 1$; б – $W_{el} = 100$

Figure 5. Change $k_{d,SY}/k_d$ for beams at optimal values $t_{SY,el}$: а – $W_{el} = 1$; б – $W_{el} = 100$

Переход податливых опор в стадию отверждения сопровождается резким ростом коэффициента динамичности (рис. 6). Это связано с тем, что в момент наступления стадии отверждения происходит резкое торможение движущейся балки на опорах, в результате чего к действующим нагрузкам добавляются инерционные воздействия, обусловленные движением конструкции в упругой и пластической стадиях деформирования податливых опор. В пластической стадии, вследствие низкой жесткости податливых опор, конструкция получает дополнительное ускорение. Степень резкого возрастания коэффициента динамичности зависит от скорости конструкции в момент перехода опоры в стадию отверждения, которая зависит от времени перехода опоры в стадию отверждения – $t_{SY,pl}$.

В целом можно отметить, что переход опоры в стадию отверждения приводит к увеличению $k_{d,SY}$ во всех случаях. Тем не менее, эффективность податливых опор сохраняется $\left(\frac{k_{d,SY}}{k_d} < 1\right)$ в тех случаях, когда величина $t_{SY,pl}$ приближается к значению t_{max} (t_{max} – время достижения функцией динамичности максимального значения при деформировании опор в пластической стадии).

Область положительного влияния податливых опор после перехода их в стадию отверждения (при $\frac{k_{d,SY}}{k_d} < 1$) уменьшается с увеличением W_{el} и θ_2/θ_1 .

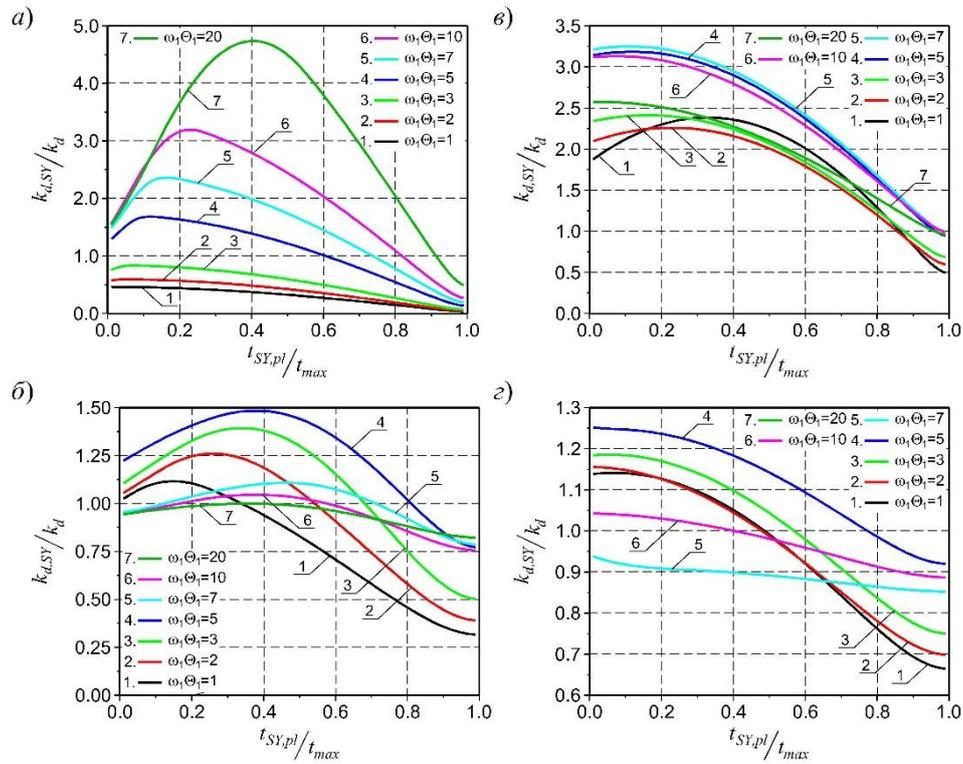


Рис. 6. Изменение $k_{d,SY}/k_d$ для балок:

a – $W_{el} = 1, \theta_2/\theta_1 = 1$; б – $W_{el} = 100, \theta_2/\theta_1 = 1$; в – $W_{el} = 1, \theta_2/\theta_1 = 100$; з – $W_{el} = 100, \theta_2/\theta_1 = 100$

Figure 6. Change $k_{d,SY}/k_d$ for beams:

a – $W_{el} = 1, \theta_2/\theta_1 = 1$; б – $W_{el} = 100, \theta_2/\theta_1 = 1$; в – $W_{el} = 1, \theta_2/\theta_1 = 100$; з – $W_{el} = 100, \theta_2/\theta_1 = 100$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам выполненных исследований установлено, что применение податливых опор в виде сминаемых вставок кольцевого сечения приводит к снижению коэффициента динамичности железобетонных балок и, следовательно, усилий и перемещений конструкций. Величина коэффициента динамичности железобетонных балок на податливых опорах зависит от стадии сопротивления податливых опор, соотношения жесткостей конструкции и податливой опоры (W_{el}), частотно-временных характеристик ($\omega_1\theta_1$), времени перехода податливой опоры из упругой в пластическую стадию ($t_{SY,el}$) и далее в стадию отверждения ($t_{SY,pl}$). При этом наиболее эффективным является применение податливых опор, деформирующихся в упругой и пластической стадиях без перехода в стадию отверждения. При переходе податливой опоры происходит резкий рост усилий и перемещений конструкций, значительно превышающих аналогичные значения для балок на несмещаемых опорах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Бирбраер А.Н., Роледер А.Ю. Экстремальные воздействия на сооружения – Санкт-Петербург: Издательство Политехнического университета, 2009. – 594 с.
- 2 Галяутдинов З.Р., Галяутдинов Д.Р., Гандзий М.В. Численно-экспериментальные исследования податливых опор при кратковременном динамическом нагружении // Вестник Томского гос. архит.-строит. ун-та. – Томск. – 2018. – № 4. – С. 103 – 110.
- 3 *Elfetori F.A.* Experimental Testing of Composite Tubes with Different Corrugation Profile Subjected to Lateral Compression Load World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical // Industrial Science and Engineering – 2013 – Vol. 7. – № 2. – P. 183 – 186.
- 4 *Fan Z., Shen J., Lu G.* Investigation of Lateral Crushing of Sandwich Tubes. The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction // Procedia Engineering – 2011. – № 14. – P. 442 – 449.
- 5 *Lipa S., Kotelko M.* Lateral impact of tubular structure – theoretical and experimental analysis. Part 1 – Investigation of single tube. // Journal of theoretical and applied mechanics. – 2013. – Vol. 51. – № 4. – P. 873 – 882.
- 6 *Lion K.H., Amir R.A.G., Prasetyo E., Khairi Y.* Impact Energy Absorption of Concentric Circular Tubes // Wseas transactions on applied and theoretical mechanics. – 2009. – Vol. 4. – №3. – P. 95 – 104.
- 7 *Younes M.M.* Finite Element Modeling of Crushing Behaviour of Thin Tubes with Various Cross-Sections // 13th International Conference on Aerospace Science, Aviation Technology, ASAT – 13. May 26 – 28. – 2009.
- 8 *Somya P., Chawalit T., and Umphisak T.* An Analysis of Collapse Mechanism of Thin-Walled Circular Tubes. Subjected to Bending World Academy of Science // Engineering and Technology – 2007. – Vol. 36. – P. 329 – 334.
- 9 Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р., Кокорин Д.Н. Прочность и деформативность железобетонных конструкций на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении. – Томск: Изд-во ТГАСУ, 2016. – 270 с.
- 10 Кумпяк О.Г., Кокорин Д.Н. Экспериментальные исследования железобетонных балок по наклонным сечениям при кратковременном динамическом нагружении // Вестник Томского гос. архит.-строит. ун-та. – Томск. – 2011. – № 1. – С. 116 – 129.
- 11 Кумпяк О.Г., Малиновский А.П., Педиков А.В. Экспериментально-теоретическое исследование сжатых железобетонных балок на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Вестник Томского гос. архит.-строит. ун-та. – Томск. – 2006. – №2. – С. 110 – 114.
- 12 *Chiaia B., Kumpyak O.G., Placidi L., Maksimov V.B.* Experimental analysis and modeling of two-way reinforced concrete slabs over different kinds of yielding supports under short-term dynamic loading / Engineering Structures, 2015. – Vol. 96. – P. 88 – 99.
- 13 Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р., Максимов В.Б. Железобетонные плиты на податливых опорах при кратковременном динамическом нагружении // Бетон и железобетон. – 2014. – №5, С. 16 – 19.
- 14 *Однокопылов Г.И., Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р., Галяутдинов З.Р.* Определение параметров живучести защищенных ответственных строительных конструкций при ударно-волновом нагружении // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – Томск. – 2019. – Т 330, – № 4. – С. 110 – 125.
- 15 *Рассторгуев Б.С.* Прочность железобетонных конструкций зданий взрывоопасных производств и специальных сооружений, подверженных кратковременным динамическим воздействиям: Автореф. дисс. докт. техн. наук. – М, 1987. – 37 с.
- 16 *Рассторгуев Б.С.* Обеспечение живучести зданий при особых динамических воздействиях // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2003, – № 4. – С. 45–48.
- 17 *Саид А.-Р.А.* Повышение несущей способности железобетонных конструкций при взрывных воздействиях. // Дисс. канд. техн. наук. – М, 1995. – 207 с.
- 18 *Galyautdinov Z.R.* Deformation of reinforced concrete slabs on yielding supports under short-time dynamic loading // AIP Conference Proceedings 1800, 010001 (2017); doi: 10.1063/1.4973016
- 19 *Kezmane A., Chiaia B., Kumpyak O., Maksimov V., Placidi L.* 3D modelling of reinforced concrete slab with yielding supports subject to impact load. / European Journal of Environmental & Civil Engineering, 2017. – Vol. 21, – Issue 7/8, P. 988 – 1025.
- 20 *Забегазев А.В.* Расчет железобетонных конструкций на аварийные ударные воздействия: Учеб. пос. / Моск. гос. строит. ун-т – М.: МГСУ, 1995. – 156 с.

REFERENCES

- 1 Birbrayer A.N., Roleder A.YU. Ekstremal'nyye vozdeystviya na sooruzheniya [Extreme impacts on structures]. Sankt-Peterburg: Izdatel'stvo Politekhnicheskogo universiteta, 2009. 594 p. (In Russ.)
- 2 Galyautdinov Z.R., Galyautdinov D.R., Gandziy M.V. Chislenno-eksperimental'nyye is-sledovaniya podatlivykh opor pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Numerical-experimental studies of yielding supports under short-term dynamic loading]. *Vestnik Tomskogo gos. arkhitekt.-stroitel'nogo universiteta*. Tomsk. 2018. No. 4. Pp. 103 – 110. (In Russ.)

- 3 Elfetori F.A. Experimental Testing of Composite Tubes with Different Corrugation Profile Subjected to Lateral Compression Load World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mechanical. *Industrial Science and Engineering*. 2013. Vol. 7. No. 2. Pp. 183 – 186.
- 4 Fan Z., Shen J., Lu G. Investigation of Lateral Crushing of Sandwich Tubes. The Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction. *Procedia Engineering*. 2011. No. 14. Pp. 442 – 449.
- 5 Lipa S., Kotelko M. Lateral impact of tubular structure – theoretical and experimental analysis. Part 1 – Investigation of single tube. *Journal of theoretical and applied mechanics*. 2013. Vol. 51. No. 4. Pp. 873 – 882.
- 6 Lion K.H., Amir R.A.G., Prasetyo E., Khairi Y. Impact Energy Absorption of Concentric Circular Tubes. *Wseas transactions on applied and theoretical mechanics*. 2009. Vol. 4. No.3. Pp. 95 – 104.
- 7 Younes M.M. Finite Element Modeling of Crushing Behaviour of Thin Tubes with Various Cross-Sections. 13th International Conference on Aerospace Science, Aviation Technology, ASAT – 13. May 26 – 28. 2009.
- 8 Somya P., Chawalit T., Umphisak T. An Analysis of Collapse Mechanism of Thin-Walled Circular Tubes. Subjected to Bending World Academy of Science. *Engineering and Technology*. 2007. Vol. 36. Pp. 329 – 334.
- 9 Kumpjak O.G., Galyautdinov Z.R., Kokorin D.N. Prochnost' i deformativnost' zhelezobetonnykh konstrukcij na podatlivykh oporah pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Strength and deformability of reinforced concrete structures on yielding supports under short-term dynamic load]. Tomsk: TSUAB Publ., 2016. 270 p. (In Russ.)
- 10 Kumpjak O.G., Kokorin D.N. Jeksperimental'nye issledovanija zhelezobetonnykh balok po naklonnym sechenijam pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Experimental studies of reinforced concrete beams along inclined sections under short-term dynamic loading]. *Vestnik Tomskogo gos. arhit.-stroit. un-ta*. 2011. No 1. Pp. 116 – 129. (In Russ.)
- 11 Kumpjak O.G., Malinovskij A.P., Pedikov A.V. Jeksperimental'no-teoreticheskoe issledovanie szhatykh zhelezobetonnykh balok na podatlivykh oporah pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Experimental and Theoretical Study of Compressed Reinforced Concrete Beams on Yielding Supports under Short-Term Dynamic Loading]. *Vestnik Tomskogo gos. arhit.-stroit. un-ta*. 2006. No 2. Pp. 110 – 114. (In Russ.)
- 12 Chiaia B., Kumpyak O.G., Placidi L., Maksimov V.B. Experimental analysis and modeling of two-way reinforced concrete slabs over different kinds of yielding supports under short-term dynamic loading. *Engineering Structures*. 2015. Vol. 96. P. 88 – 99.
- 13 Kumpjak O.G., Galjautdinov Z.R., Maksimov V.B. Zhelezobetonnye plity na podatlivykh oporah pri kratkovremennom dinamicheskom nagruzhenii [Reinforced concrete slabs on flexible supports under short-term dynamic loading]. *Beton i zhelezobeton*. 2014. No 5, Pp. 16 – 19. (In Russ.)
- 14 Odnokopylov G.I., Kumpyak O.G., Galyautdinov Z.R., Galyautdinov Z.R. Opredeleniye parametrov zhivuchesti zashchishchennykh otvetstvennykh stroitel'nykh konstruktsiy pri udarno-volnovom nagruzhenii [Determination of survivability parameters of protected critical building structures under shock-wave loading]. *Izvestiya Tomskogo politekh-nicheskogo universiteta. Inzhiniring georesursov*. 2019. T 330. No. 4. Pp. 110 – 125. (In Russ.)
- 15 Rastorguyev B.S. Prochnost' zhelezobetonnykh konstruktsiy zdaniy vzryvoopasnykh proizvodstv i spetsial'-nykh sooruzheniy, podverzhennykh kratkovremennym dinamicheskim vozdeystviyam [Strength of reinforced concrete structures of buildings of explosive industries and special structures subject to short-term dynamic effects]: Thesis of Doctoral diss. – Moscow, 1987. 37 p. (In Russ.)
- 16 Rastorguyev B.S. Uproshchennaya metodika polucheniya diagramm deformirovaniya sterzhenykh elementov v stadii s treshchinami [Ensuring the survivability of buildings under special dynamic effects]. *Beton i zhelezobeton*. 1993. No. 5. Pp. 22–24. (In Russ.)
- 17 Said A.-R.A. Povysheniye nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh konstruktsiy pri vzryvnykh vozdeystviyakh [Increasing the bearing capacity of reinforced concrete structures under explosive effects]. Diss. Cand. Tech. Sc. Moscow, 1995. 207 p. (In Russ.)
- 18 Galyautdinov Z.R. Deformation of reinforced concrete slabs on yielding supports under short-time dynamic loading // *AIP Conference Proceedings*. 2017. 1800, 010001. doi: 10.1063/1.4973016
- 19 Kezmane A., Chiaia B., Kumpyak O., Maksimov V., Placidi L. 3D modelling of reinforced concrete slab with yielding supports subject to impact load. *European Journal of Environmental & Civil Engineering*. 2017. Vol. 21. Issue 7/8. Pp. 988 – 1025.
- 20 Zabegayev A.V. Raschet zhelezobetonnykh konstruktsiy na avariynnye udarnyye vozdeystviya [Calculation of reinforced concrete structures for emergency impacts]. Moscow: MGSU, 1995. 156 p. (In Russ.)