



УДК 004.942

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.1.35-48

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Физически-информированные нейронные сети для задач строительной механики и конструкций: моделирование прогиба однопролетной балки

Захаров Ф.Н.^{1*}, Цянь Цзе¹, Сюй И²

¹ Научно-исследовательский институт Блютаун Леджу Констракшн Менеджмент Ко. Лтд., Ханчжоу, Китай

² Институт архитектурного проектирования и исследований провинции Чжэцзян, Ханчжоу, Китай

* zaharof2010@yandex.ru

Ключевые слова: физически-информированные нейронные сети, строительная механика, ограниченный объем данных, искусственный интеллект, расчет балки

История статьи

Поступила в редакцию: 30.01.2025

Доработана: 05.02.2025

Принята к публикации: 07.02.2025

Для цитирования

Захаров Ф.Н., Цянь Цзе, Сюй И. Физически-информированные нейронные сети для задач строительной механики и конструкций: моделирование прогиба однопролетной балки // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 9. № 1. С. 35–48.

Аннотация. В статье приведены результаты разработки и анализа моделей физически-информированных нейронных сетей (*PINN*) для расчета прогиба однопролетной балки под действием равномерно распределённой нагрузки. Для обучения модели был синтезирован набор данных на основе аналитических законов строительной механики, включающий параметры: относительная длина участка измерений l , количество измерительных точек N , уровень шума R . Обучающий набор данных содержал 1296 строк, описывающих случайные точки в пределах пролета балки. В рамках исследования обучено 480 моделей *PINN* для оценки влияния веса физической функции потерь, количества измерений и уровня шума на точность предсказаний. Результаты показали, что модели *PINN* достигают высокой точности $R^2 \geq 0,88$ даже при высоком уровне шума $R > 20\%$ и демонстрируют устойчивость к низкому и среднему уровням шума. Исследование выявило, что настройка веса физической функции потерь является одним из ключевых параметров для достижения оптимального баланса функциями потерь физических закономерностей и экспериментальных данных. Увеличение количества измерительных точек положительно влияет на точность при низком уровне шума. Увеличение количества измерительных точек при высоком уровне шума измерений снижает точность предсказаний модели. Научная новизна исследования заключается в предложении подхода к расчету строительных конструкций с использованием *PINN*, который интегрирует физические законы в процесс обучения. Полученные результаты подтверждают перспективность использования *PINN* для инженерных расчетов, особенно в условиях ограниченного объема данных.

Фёдор Николаевич Захаров, кандидат технических наук, руководитель отдела исследований и разработок, Научно-исследовательский институт Блютаун Леджу Констракшн Менеджмент Ко. Лтд., 310030, г. Ханчжоу, район Сиху, ул. Вэнь Вест Роуд, д. 767, Международный центр Сиси, корпус D, 7-й этаж, провинция Чжэцзян, Китай; eLIBRARY SPIN-код: 2349-1076, ORCID: 0009-0006-6242-8776, E-mail: zaharof2010@yandex.ru.

Цянь Цзе, магистр инженерии, генеральный менеджер, Научно-исследовательский институт Блютаун Леджу Констракшн Менеджмент Ко. Лтд., 310030, г. Ханчжоу, район Сиху, ул. Вэнь Вест Роуд, д. 767, Международный центр Сиси, корпус D, 7-й этаж, провинция Чжэцзян, Китай, E-mail: 23539954@qq.com

Сюй И, магистр инженерии, старший инженер, Институт архитектурного проектирования и исследований провинции Чжэцзян, 310027, г. Ханчжоу, район Сиху, ул. Юхантан, д. 866, провинция Чжэцзян, Китай

© Захаров Ф.Н., Цянь Цзе, Сюй И, 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Physics-Informed Neural Networks for Structural Mechanics and Construction: Modeling the Deflection of a Single-Span Beam Physics-Informed Neural Networks

F.N. Zakharov^{1*}, Qian Jie¹, Xu Yi²

¹ Research Institute of Bluetown Leju Construction Management Co. Ltd, Hangzhou, China

² Zhejiang Province Institute of Architectural Design and Research, Hangzhou, China

* zaharof2010@yandex.ru

Keywords: Physics-Informed Neural Networks, structural mechanics, limited data, artificial intelligence, beam calculation

Article history

Received: 30.01.2025

Revised: 05.02.2025

Accepted: 07.02.2025

For citation

Zakharov F.N., Qian Jie, Xu Yi. Physics-Informed Neural Networks for Structural Mechanics and Construction: Modeling the Deflection of a Single-Span Beam Physics-Informed Neural Networks. *Reinforced Concrete Structures*. 2025; 1(9):35-48.

Abstract. This article presents the development and analysis of a Physics-Informed Neural Network (*PINN*) model for calculating the deflection of a simply supported beam under uniformly distributed load. The training dataset was synthesized based on analytical principles of structural mechanics and included the following parameters: relative length of the measurement section l , number of measurement points N , and noise level R . The training dataset consisted of 1,296 rows describing random points within the beam span. In this study, 480 *PINN* models were trained to evaluate the impact of the weight of the physics-informed loss function, the number of measurements, and the noise level on prediction accuracy. The results demonstrated that *PINN* models achieve high accuracy ($R^2 \geq 0.88$) even with high noise levels ($R > 20\%$) and exhibit robustness to low and moderate noise levels. The study identified that adjusting the weight of the physics-informed loss function is a key parameter for achieving an optimal balance between the loss functions of physical laws and experimental data. Increasing the number of measurement points positively influences accuracy at low noise levels. However, an increase in the number of measurement points under high noise levels reduces the prediction accuracy of the model. The scientific novelty of the study lies in proposing an approach for structural analysis using *PINN*, which integrates physical laws into the training process. The findings confirm the potential of using *PINN* for engineering calculations, particularly under limited data conditions.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие искусственного интеллекта в последние десятилетия открыло новые возможности для решения сложных инженерных задач. В строительной инженерии традиционно используются аналитические методы и методы конечных элементов (МКЭ) для расчета строительных конструкций. Эти подходы доказали свою эффективность и надежность на протяжении десятилетий. Программное обеспечение на основе МКЭ широко применяется в инженерной практике, обеспечивая высокую точность результатов. Тем не менее методы конечных элементов имеют ряд ограничений, которые могут затруднять их применение в сложных инженерных задачах. Программное обеспечение с МКЭ требует значительных вычислительных ресурсов и высокой квалификации оператора. Особого внимания требуют постановка задачи, точное определение взаимодействия элементов, граничные условия, а также качество исходных данных. Наличие шума в измерениях или неполные данные могут существенно снизить точность результатов.

Fedor N. Zakharov, Candidate of Technical Sciences, Head of the Research and Development Department, Bluetown Leju Construction Management Co. Ltd. Research Institute, 767 Wenyi West Road, Xixi International Center, Building D, 7th Floor, Hangzhou, Xihu District, 310030, Zhejiang Province, China; eLIBRARY SPIN-code: 2349-1076, ORCID: 0009-0006-6242-8776, E-mail: zaharof2010@yandex.ru

Qian Jie, Master of Engineering, General Manager, Bluetown Leju Construction Management Co. Ltd. Research Institute, 767 Wenyi West Road, Xixi International Center, Building D, 7th Floor, Hangzhou, Xihu District, 310030, Zhejiang Province, China, E-mail: 23539954@qq.com

Xu Yi, Master of Engineering, Senior Engineer, Zhejiang Province Architectural Design and Research Institute, 866 Yuhangtang Road, Hangzhou, Xihu District, 310027, Zhejiang Province, China

Современный уровень развития строительной индустрии и проектирования ставит новые вызовы перед инженерами, требуя более гибких и эффективных методов расчета. Эти методы должны интегрировать физические законы, демонстрировать устойчивость к качеству экспериментальных и измеренных данных, а также обеспечивать высокую точность результатов при ограниченной мощности вычислительным ресурсам и качеству исходной подготовки данных [1–3].

В последние годы методы машинного обучения, включая нейронные сети, получили широкое распространение в решении задач строительной механики. Исследования демонстрируют успешное применение машинного обучения для прогнозирования прочностных характеристик бетона [4–7], а графовые нейронные сети (*GNN*) доказали свою эффективность в задачах проектирования строительных конструкций, таких как оптимизация стальной арматуры и проектирование балок в стеновых системах [8–11]. Однако одной из ключевых особенностей таких моделей остается необходимость в большом объеме данных для обучения, что ограничивает их применение в инженерной практике, где доступность данных часто бывает ограниченной.

Физически-информированные нейронные сети (*PINN*) представляют собой эффективный подход, который позволяет интегрировать физические законы в процесс обучения нейронных сетей [12, 13]. Это делает *PINN* перспективным инструментом для инженерных задач, особенно в условиях ограниченного объема данных или наличия шума. Интеграция физических законов в модели нейронных сетей критически важна для задач, где соблюдение физических и нормативных ограничений является необходимым условием безопасности систем и людей. На сегодняшний день *PINN* применяются для моделирования тепловых процессов и механики материалов [14–16], анализа динамики колебаний [17] и других областей. Однако использование *PINN* для расчетов строительных конструкций, включая задачи строительной механики, остается практически неизученным, открывая широкие перспективы для исследований. Ключевой проблемой при применении *PINN* является недостаток систематического анализа их эффективности в задачах расчета строительных конструкций. Большинство текущих исследований сосредоточены на решении узкоспециализированных задач и не учитывают влияние физических ограничений, параметров модели и качества данных на точность результатов. Этот пробел в научном знании требует детального анализа и разработки подходов, которые позволят повысить точность и надежность моделей *PINN* для инженерного применения.

Таким образом, в рамках настоящего исследования ставятся следующие исследовательские вопросы:

- влияние веса физической функции потерь влияет на точность предсказаний модели *PINN*;
- влияние объема обучающих данных на качество модели *PINN*;
- устойчивость предсказания *PINN* к наличию шума в данных.

Целью данного исследования является разработка и проверка эффективности модели *PINN* для расчета прогиба однопролетной балки, нагруженной равномерной нагрузкой. Особое внимание уделяется влиянию качества и объема обучающих данных на точность модели.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

1. Разработать модель *PINN* для расчета прогиба однопролетной балки, нагруженной равномерной нагрузкой.
2. Оценить влияние физической функции потерь на точность предсказаний модели.
3. Исследовать влияние объема обучающих данных на точность предсказаний модели.
4. Проанализировать устойчивость модели к наличию шума в данных.

Научная новизна работы заключается в предложении подхода к расчету строительных конструкций с использованием *PINN*, который интегрирует физические законы в процесс обучения. В рамках исследования демонстрируется устойчивость предложенной модели к шуму в данных и проводится сравнительный анализ ее точности.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В данном исследовании *PINN* применяется для расчета прогиба однопролетной балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой. Цель работы заключается в оценке эффективности данного подхода для задач строительной механики и исследовании влияния ключевых параметров на точность моделей. Для расчетов использована расчетная схема балки на двух шарнирных опорах без консолей, выполненной из тяжелого железобетона с постоянным прямоугольным сечением размером $0,4 \times 1,0$ м. Балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой величиной $49\,050$ Н/м, что соответствует типовым условиям эксплуатации строительных конструкций. Расчетная схема представлена на рис. 1.

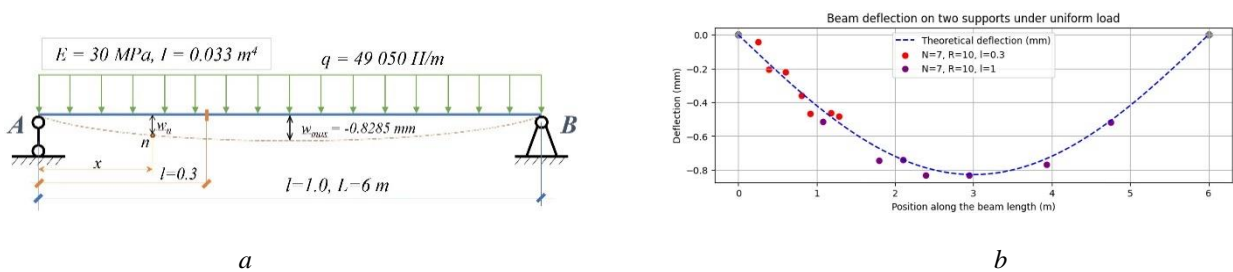


Рис. 1. Расчетная схема однопролетной балки с равномерно распределенной нагрузкой, используемая для обучения и оценки модели *PINN*:

a — общий вид загрузки; *b* — теоретический прогиб в измерительных точках *n* при $N = 7$, $R = 10$ %

Fig. 1. Computational scheme of a single-span beam with a uniformly distributed load used for training and evaluation of the *PINN* model:

a — general view of the loading; *b* — theoretical deflections at measurement points *n* with $N = 7$, $R = 10$ %

В ходе исследования было обучено 480 моделей *PINN* с использованием обучающего набора данных, который включал следующие переменные:

1. l — относительная длина участка пролета балки, в пределах которого расположены измерительные точки n .
2. N — общее количество точек n , случайно расположенных вдоль оси балки.
3. R — степень отклонения значение прогиба от теоретически рассчитанных, %.
4. x — координата случайной точки n вдоль продольной оси балки.
5. w_n — скалярное значение прогиба балки в случайной точке n с учетом степени отклонения R .

Обучающий набор данных был искусственно синтезирован с использованием аналитических законов строительной механики. Набор включал 1296 строк, каждая из которых описывала расчетную точку n с соответствующими параметрами. Точки n были выбраны случайным образом, без соблюдения равномерности распределения вдоль пролета балки L , с учетом относительной длины участка l . Перемещения в крайних точках балки заданы равными нулю для обеспечения граничных условий, соответствующих расчетной схеме. Случайный уровень шума R к теоретическим значениям прогиба был использован для моделирования неточностей измерений. Значение прогиба w_n было определено следующим образом:

$$w_n = w_{n,theoretic} \pm A; \quad (1)$$

$$A = \frac{R}{100} \cdot w_{\max}, \quad (2)$$

где $w_{n, \text{theoretic}}$ — теоретическое значение прогиба балки в точке n , рассчитанное по аналитической формуле;

A — амплитуда шума, предел для отклонения значения прогиба в точке n .

Общая архитектура *PINN*, использованная в исследовании, представляла собой адаптированную полносвязную нейронную сеть, которая включала три скрытых слоя по 50 нейронов в каждом. В качестве функции активации использовался гиперболический тангенс (\tanh). Выходной слой модели содержал один нейрон, генерирующий скалярное значение прогиба балки для заданной координаты. Обучение модели выполнялось с использованием оптимизатора Adam при скорости обучения 0,01. Была применена ранняя остановка с параметром терпимости, равным 20 эпохам для предотвращения переобучения. Максимальное количество эпох для обучения каждой модели составляло 1000. Функция потерь представляла собой взвешенную сумму ошибок данных и функции физических потерь, определяемую формулой (3):

$$Loss_{total} = (1 - \lambda_{physic}) \cdot Loss_{MSE} + \lambda_{physic} \cdot Loss_{physic}, \quad (3)$$

где $Loss_{total}$ — общая взвешенная функция потерь модели *PINN*;

$Loss_{MSE}$ — функция потерь данных, основанная на среднеквадратичной ошибке (*MSE*), измеряющая отклонение предсказанных значений от целевых;

$Loss_{physic}$ — функция физических потерь, отражающая отклонение предсказанных значений от аналитического решения уравнения прогиба балки;

λ_{physic} — вес физической функции потерь.

Для балки с равномерно распределенной нагрузкой физическая функция потерь $Loss_{physic}$ рассчитывалась в соответствии с формулой (4), основанной на дифференциальном уравнении прогиба балки:

$$Loss_{physic} = \frac{1}{N'} \sum_{n'=1}^{N'} \left(\frac{d^4 w_{n', predict}}{dx^4} - \frac{q}{EI} \right)^2, \quad (4)$$

где N' — количество контрольных точек n' , использованных для вычисления физической функции потерь, в исследовании принято $n' = 200$;

$w_{n', predict}$ — предсказанное значение прогиба балки в контрольных точках;

q — величина равномерно распределенной нагрузки;

EI — жесткость балки на изгиб.

На вход модели подавались координаты точек вдоль продольной оси балки x_n , относительная длина участка l , количество измерительных точек N и уровень шума R . Диапазоны значений этих параметров, а также значения веса физической функции потерь λ_{physic} приведены в табл. 1. Целевой переменной разработанных моделей является прогиб балки w_n . Задачей модели являлось восстановление полного распределения прогиба балки w_x в пределах полного пролета L , используя ограниченный объем данных N о замеренных значениях прогиба w_n в случайных измерительных точках.

Точность моделей оценивалась с использованием классических метрик: среднеквадратичной ошибки (*RMSE*), коэффициента детерминации (R^2) и максимальной ошибки. Проверка производилась путем сравнения предсказанных значений прогиба с теоретическими значениями в 200 случайно выбранных точках вдоль пролета балки. Для воспроизводимости был зафиксирован начальный параметр генерации случайных точек n ($\text{seed} = 42$), обеспечивающий равномерное распределение точек вдоль пролета.

Таблица 1

Диапазоны входных параметров	
Параметр	Диапазон значений
Координаты точек	$0 \leq x_n \leq 6$ м
Относительная длина участка	$0,3 \leq l \leq 1,0$
Количество измерительных точек	$3 \leq N \leq 7$
Уровень шума	$0 \% \leq R \leq 25 \%$
Вес физической функции потерь	$0 \leq \lambda_{physic} \leq 1,0$

Table 1

Ranges of Input Parameters	
Parameter	Value Range
Coordinates of points	$0 \leq x_n \leq 6$ m
Relative segment length	$0,3 \leq l \leq 1,0$
Number of measurement points	$3 \leq N \leq 7$
Noise level	$0 \% \leq R \leq 25 \%$
Weight of the physical loss function	$0 \leq \lambda_{physic} \leq 1,0$

Для разработки, обучения моделей и анализа данных использовался Python версии 3.12.3. В качестве специализированных инструментов применялись библиотеки PyTorch (torch) для реализации нейронных сетей, NumPy и Pandas для обработки данных, Matplotlib для визуализации результатов, а также Scikit-learn для расчета метрик и анализа точности. Разработка осуществлялась в среде Visual Studio.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В данном разделе представлены результаты моделирования прогиба балки с использованием *PINN*. Анализ фокусируется на влиянии следующих факторов на точность прогнозов:

- вес физической функции потерь λ_{physic} ;
- количество точек измерения n вдоль балки N ;
- относительный уровень шума значения прогиба в точке изменения R .

Далее приводятся графики, табличные данные и визуализации, иллюстрирующие зависимости метрик точности моделей R^2 и $RMSE$ от указанных параметров. Влияние веса физической функции потерь на предсказания модели проиллюстрировано на рис. 2. На графиках показаны траектории прогиба балки, предсказанные моделью при различных значениях λ_{physic} , для аналогичных значений l , N и R . Для иллюстрации выбраны два случая: с относительной длиной участка измерительных точек $l = 0,3$ и $l = 1,0$. Также на рис. 2 представлены график сравнения истинных и предсказанных значений и гистограмма остатков для каждого случая. Соответствующие значения параметров и числовые значения метрик для этих случаев приведены в табл. 2.

На рис. 3 представлены графики, демонстрирующие влияние ключевых параметров на метрики точности R^2 и $RMSE$ моделей *PINN*. На рис. 4 представлены поверхности зависимости точности моделей R^2 от уровня шума R и количества точек измерения N при различных значениях веса физической функции потерь λ_{physic} . Рис. 4 демонстрирует трехмерное представление зависимости, позволяя оценить влияние параметров модели в объемном пространстве. Эти графики позволяют визуализировать, как увеличение веса физической функции потерь, количество точек измерения и уровень шума данных способствуют повышению точности моделей.

Приведены графики для значения относительно длины участка распределения $l = 0,3$. Характер распределения значений и зависимостей аналогичен значениям и зависимостям при $l = 1,0$. Представленные данные позволяют оценить, как изменение этих параметров влияет на способность моделей *PINN* восстанавливать траекторию прогиба балки с учетом физико-математических закономерностей. Для анализа использованы диапазоны параметров, подробно описанные в разделе 2 «Материалы и методы», чтобы продемонстрировать влияние как отдельных факторов, так и их совместного действия на точность модели.

Таблица 2

Параметры и метрики моделей *PINN* для различных случаев моделирования

Номер	Параметры модели				Метрики модели				
	R	N	l	λ_{physic}	R^2	Max Error	MSE	MAE	$RMSE$
Случай 1									
1	20	5	0,3	0,0	0,1674	0,4954	0,0534	0,1751	0,2310
2	20	5	0,3	0,3	0,9832	0,1359	0,0011	0,0147	0,0328
3	20	5	0,3	0,8	0,9848	0,1893	0,0010	0,0130	0,0312
Случай 2									
4	25	7	1,0	0,0	0,4500	0,3705	0,0352	0,1538	0,1877
5	25	7	1,0	0,3	0,9107	0,3203	0,0057	0,0483	0,0756
6	25	7	1,0	0,8	0,9752	0,1828	0,0016	0,0280	0,0398

Table 2

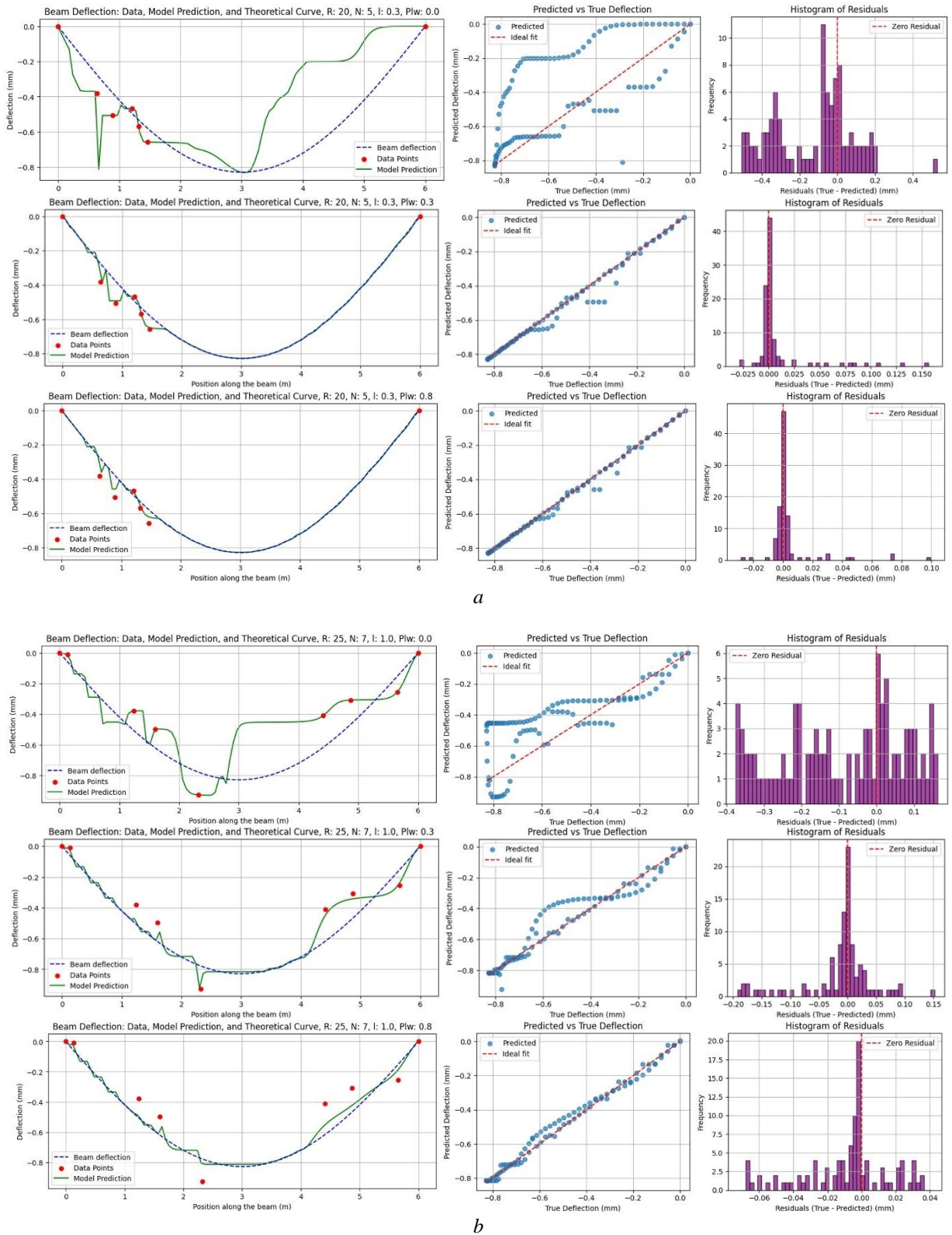
Parameters and Metrics of *PINN* Models for Different Simulation Cases

Number	Model Parameters				Model Metrics				
	R	N	l	λ_{physic}	R^2	Max Error	MSE	MAE	$RMSE$
Case 1									
1	20	5	0.3	0.0	0.1674	0.4954	0.0534	0.1751	0.2310
2	20	5	0.3	0.3	0.9832	0.1359	0.0011	0.0147	0.0328
3	20	5	0.3	0.8	0.9848	0.1893	0.0010	0.0130	0.0312
Case 2									
4	25	7	1.0	0.0	0.4500	0.3705	0.0352	0.1538	0.1877
5	25	7	1.0	0.3	0.9107	0.3203	0.0057	0.0483	0.0756
6	25	7	1.0	0.8	0.9752	0.1828	0.0016	0.0280	0.0398

Первичный анализ показал, что даже незначительное влияние физической функции потерь, заданное при весе функции $\lambda_{physic} = 0,1$, позволяет существенно улучшить метрики точности моделей и повысить качество их предсказаний. Более детальный анализ результатов и выводы будут представлены в следующих разделах.

ОБСУЖДЕНИЕ

В рамках проведенного исследования выполнен детальный анализ влияния ключевых параметров на точность моделей *PINN* в задачах строительной механики. Полученные результаты позволили сформулировать ключевые выводы, отражающие эффективность метода и его возможности для применения в практике инженерных расчетов.



a

b

Рис. 2. Влияние веса физической функции потерь $\lambda_{physic} = 0; 0,3; 0,8$ на предсказания модели, траектории прогиба балки, сравнение истинных и предсказанных значений, гистограммы остатков для различных значений:

a — для $l = 0,3, R = 20 \%, N = 5$; b — для $l = 1,0, R = 25 \%, N = 7$

Fig. 2. Influence of the weight of the physical loss function $\lambda_{physic} = 0; 0,3; 0,8$ on the model predictions, deflection trajectories of the beam, comparison of true and predicted values, residual histograms for different values:

a — for $l = 0,3, R = 20 \%, N = 5$; b — for $l = 1,0, R = 25 \%, N = 7$

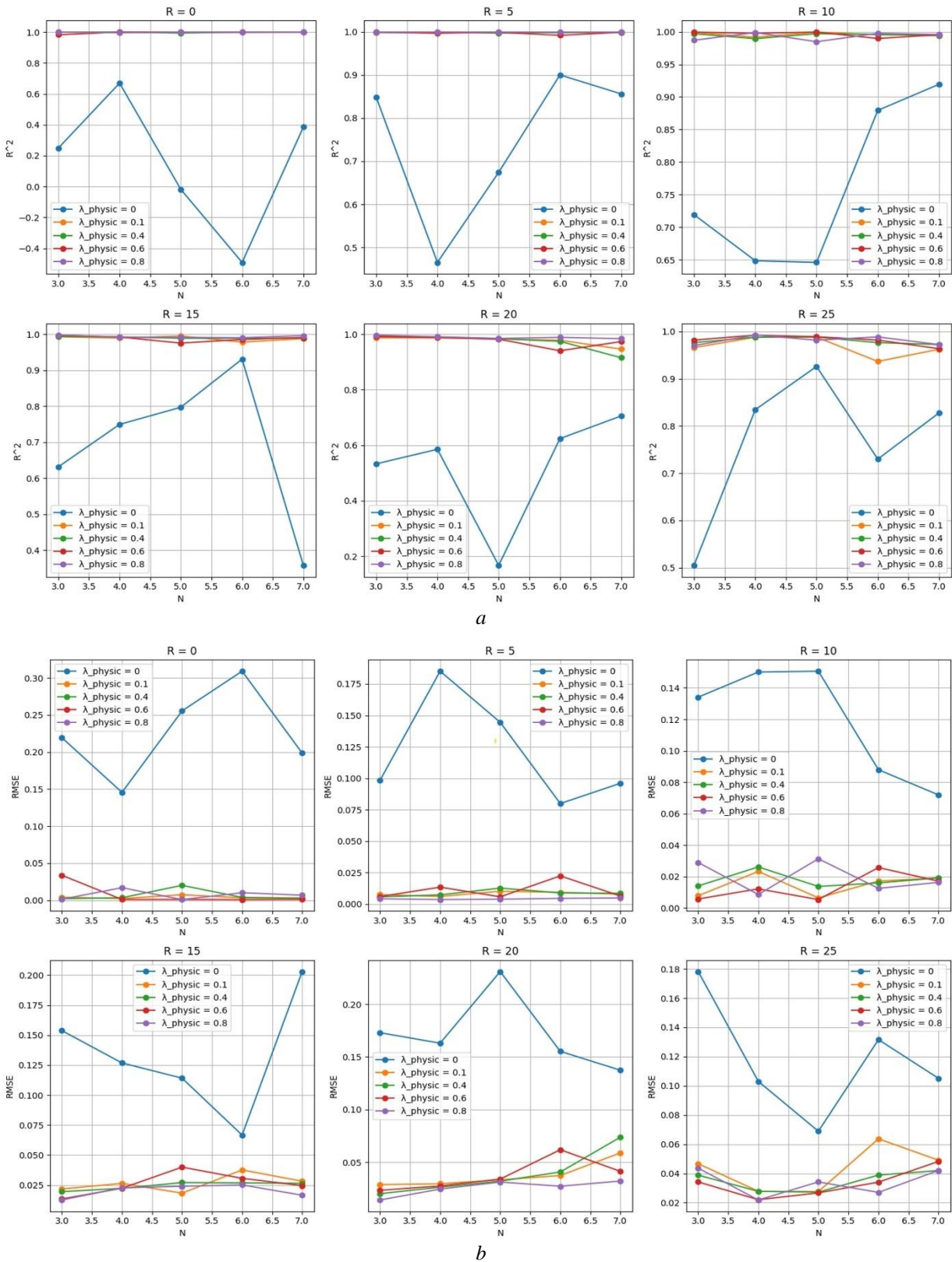


Рис. 3. Влияние количества измерительных точек N и уровня шума R на метрики моделей при различных значениях λ_{physic} , $l = 0,3$:

a — для R^2 ; b — для $RMSE$

Fig. 3. Influence of the number of measurement points N and noise level R on the model metrics at different values of λ_{physic} , $l = 0.3$:

a — for R^2 ; b — for $RMSE$

Анализ построения траекторий прогиба моделями PINN

При весе физической функции потерь $\lambda_{physic} = 0$ модели PINN демонстрируют слабую сходимость с теоретическими данными, особенно в условиях ограниченного объема экспериментальных данных. Модель преимущественно подстраивается под замеренные точки, теряя способность восстанавливать истинную траекторию прогиба. Это хорошо видно на представленных графиках (рис. 2), где траектория прогиба модели с $\lambda_{physic} = 0$ значительно отклоняется от теоретических значений, особенно при наличии данных с высоким уровнем шума. Например, в случае 1 ($R = 20\%$, $N = 5$, $\lambda_{physic} = 0$) коэффициент детерминации R^2 составляет всего 0,1674, а максимальная ошибка достигает $\text{Max Error} = 0,4954$ мм, что свидетельствует о низкой точности модели.

Увеличение λ_{physic} до 0,3 значительно улучшает сходимость модели с теоретическими данными. Коэффициент детерминации увеличивается до $R^2 = 0,9832$, а максимальная ошибка снижается до $\text{Max Error} = 0,1359$ мм. Таким образом, даже при ограниченном объеме данных модель демонстрирует способность восстанавливать истинную траекторию прогиба.

При весе физической функции потерь $\lambda_{physic} = 0,8$ модель практически полностью следует теоретическому закону, внося незначительные коррективы на основе замеренных значений. Например, в случае 2 ($R = 25\%$, $N = 7$, $\lambda_{physic} = 0,8$) коэффициент достигает $R^2 = 0,9752$, а максимальная ошибка снижается до $\text{Max Error} = 0,1828$ мм. Однако дальнейшее увеличение λ_{physic} до 1,0 приводит к тому, что модель теряет способность обобщать экспериментальные данные и снижается ее применимость в инженерных расчетах.

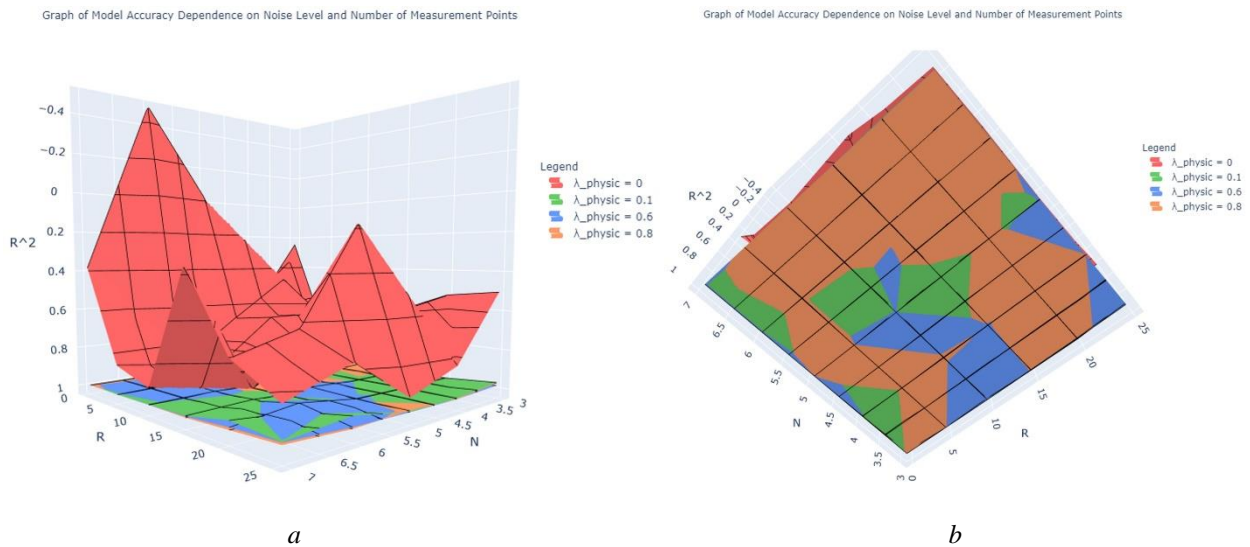


Рис. 4. Трехмерные графики зависимости точности моделей R^2 от уровня шума R и количества измерительных точек N при различных значениях λ_{physic} , $l = 0,3$:

a — общий вид; b — вид нижней плоскости

Fig. 4. Three-dimensional graphs of the dependence of model accuracy R^2 on noise level R and the number of measurement points N at different values of λ_{physic} , $l = 0.3$:

a — general view; b — view of the bottom plane

Анализ графиков зависимости R^2 и $RMSE$ от уровня шума R и количества измерительных точек N

Анализ графиков зависимости R^2 и $RMSE$ от уровня шума R и количества точек измерений N (рис. 3) также подтверждает, что модели PINN без учета физической функции потерь $\lambda_{physic} = 0$ демонстрируют крайне нестабильные результаты, включая отрицательные значения R^2 . Это

говорит о неспособности модели в этом случае корректно обобщать данные. Однако даже небольшое увеличение λ_{physic} до 0,1 обеспечивает значительное улучшение метрик: R^2 стабильно достигает диапазона 0,94–1,0 при любом уровне шума и количестве измерений. Интересно, что увеличение количества данных при высоком уровне шума снижает качество модели, тогда как при шуме в пределах $R < 5\%$ R^2 остается практически равным 1.

Анализ трехмерных графиков

Трехмерные графики зависимости точности модели от уровня шума R и количества точек измерений N подтверждают, что увеличение веса физической функции потерь даже до $\lambda_{physic} = 0,1$ значительно повышает точность предсказаний. При этом плоскость максимальных значений R^2 демонстрирует, что для различных комбинаций N и R значения веса физической функции потерь λ_{physic} для максимального R^2 могут различаться. Для некоторых комбинаций R и N максимальное R^2 достигается уже при $\lambda_{physic} = 0,1$. Это свидетельствует о том, что увеличение веса физической функции потерь не всегда линейно улучшает метрики модели. Таким образом, вес физической функции потерь становится важным гиперпараметром, требующим индивидуальной настройки в зависимости от условий задачи.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод, что модели *PINN* демонстрируют высокую эффективность в решении задач строительной механики применительно для расчета прогиба однопролетной балки под действием равномерно распределенной нагрузки. Модели показывают высокое качество предсказаний даже при обучении на ограниченном объеме данных, что подчеркивает их применимость в условиях реальных инженерных задач.

Увеличение веса физической функции потерь λ_{physic} ожидаемо улучшает сходимость предсказаний модели с теоретическими значениями прогиба. Однако чрезмерное увеличение веса λ_{physic} снижает учет экспериментальных данных, что может ограничивать применимость модели в реальных задачах проектирования. Оптимальный баланс между физической функцией потерь $Loss_{physic}$ и математической функцией потерь $Loss_{MSE}$ варьируется в зависимости от параметров данных и требует настройки веса физической функции потерь λ_{physic} как гиперпараметра.

Результаты также показали, что увеличение количества измерительных точек N положительно влияет на точность модели при низком уровне шума R , но при высоком R увеличение количества данных N приводит к снижению качества предсказаний.

Модели *PINN* продемонстрировали устойчивость к низкому и среднему уровням шума $R \leq 5\%$, при которых коэффициент детерминации R^2 остается близким к 1,00. При увеличении уровня шума $R > 20\%$ точность моделей несколько снижается, однако даже в этих условиях R^2 сохраняет значения выше 0,88, что свидетельствует о высокой эффективности модели в условиях значительных отклонений данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе настоящего исследования была разработана и проанализирована модель Physics-Informed Neural Networks (*PINN*) для расчета прогиба однопролетной балки под действием равномерно распределенной нагрузки. Для обучения модели был синтезирован набор данных на основе аналитических законов строительной механики, включающий параметры, такие как относительная длина участка распределения измерительных точек балки l , количество измерительных точек N и уровень шума измерений R . Обучающий набор данных содержал 1296 строк, каждая из которых описывала случайную точку в пределах пролета балки.

В рамках исследования была проведена серия обучения 480 моделей *PINN*, в ходе которых изучалось влияние ключевых параметров на точность модели. Были проанализированы зависимости метрик точности (R^2 , $RMSE$) от уровня шума в данных, количества измерительных

точек и веса физической функции потерь. Модель успешно интегрировала физические законы в процесс обучения, что позволило достичь высокой точности предсказаний даже при ограниченном объеме данных. Основные выводы исследования:

1. Модели *PINN* показали высокую точность предсказаний и устойчивость к низкому и среднему уровням шума. Даже в условиях значительных отклонений данных $R > 20\%$ точность модели сохранялась на высоком уровне $R^2 \geq 0,88$, что подтверждает ее применимость в инженерной практике.

2. Увеличение веса физической функции потерь λ_{physic} улучшает сходимость предсказаний модели с теоретическими значениями, однако чрезмерное увеличение веса λ_{physic} приводит к снижению влияния экспериментальных данных. Поиск оптимального баланса между математической и физической функциями потерь, который обеспечит достаточную точность модели, является задачей настройки гиперпараметров, зависит от условий задачи и требует индивидуального подхода.

3. Увеличение количества измерительных точек N положительно сказывается на точности модели при низком уровне шума R . Однако при высоком уровне шума избыток данных может снижать качество предсказаний.

Научная новизна исследования заключается в детальном анализе влияния ключевых параметров, таких как вес физической функции потерь, объем данных и уровень шума, на точность моделей *PINN*. Впервые для задач строительной механики были исследованы и продемонстрированы преимущества *PINN*, которые включают интеграцию физических закономерностей и устойчивость к ограниченному объему данных.

Практическая значимость исследования заключается в возможности применения *PINN* для расчета строительных конструкций в реальных инженерных задачах. Полученные результаты подтверждают перспективность метода для задач, требующих высокой точности и учета физических закономерностей.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в следующем:

- оптимизация гиперпараметров моделей *PINN* для более сложных условий нагрузки и расчетных схем;
- расширение области применения метода, включая расчеты конструкций с переменными нагрузками и сложными граничными условиями;
- использование метода для интеграции данных натурных испытаний и симуляций для повышения точности инженерных расчетов.

Настоящее исследование закладывает основу для дальнейшего применения методов *PINN* в строительной механике и инженерной практике, подчеркивая их эффективность и потенциал для дальнейшего изучения и практического внедрения.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы искренне благодарят господина Цю Лимина, Президента компании Блютаун Леджу Констракшн Менеджмент Ко. Лтд., за предоставленную поддержку, включая обеспечение необходимыми ресурсами, административное содействие и помощь в установлении значимых контактов. Его неизменная поддержка науки и инноваций заслуживает глубочайшего уважения и высокой оценки, отражая преданность прогрессу и развитию строительной отрасли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Szabó B.A., Babuška I. Finite Element Analysis: Method, Verification, and Validation. 2nd ed. Hoboken : Wiley, 2021. 374 p.
2. Ereiz S., Duvnjak I., Jiménez-Alonso J.F. Review of finite element model updating methods for structural applications // Structures. 2022. Vol. 41. Pp. 684–723. DOI: 10.1016/j.istruc.2022.05.041

3. Cremonesi M., Franci A., Idelsohn S. et al. State of the Art Review of the Particle Finite Element Method (PFEM) // *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2020. Vol. 27. No. 6. Pp. 1709–1735. DOI: 10.1007/s11831-020-09468-4
4. Gupta P., Gupta N., Saxena K.K. Predicting compressive strength of geopolymer concrete using machine learning // *Innovation and Emerging Technologies*. 2023. Vol. 10. No. 2350003. DOI: 10.1142/S2737599423500032
5. Paudel S., Pudasainee A., Shrestha R.K., Kharel E. Compressive strength of concrete material using machine learning techniques // *Cleaner Engineering and Technology*. 2023. Vol. 15. No. 100661. DOI: 10.1016/j.clet.2023.100661
6. Pakzad S.S., Roshan N., Ghalehnovi M. Comparison of various machine learning algorithms used for compressive strength prediction of steel fiber-reinforced concrete // *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. No. 3646. DOI: 10.1038/s41598-023-30606-y
7. Alyousef R., Rehman M.F., Khan M. et al. Machine learning-driven predictive models for compressive strength of steel fiber reinforced concrete subjected to high temperatures // *Case Studies in Construction Materials*. 2023. Vol. 19. No. e02418. DOI: 10.1016/j.cscm.2023.e02418
8. Jia Y., Wang J., Shou W., Hosseini M.R., Bai Y. Graph neural networks for construction applications // *Automation in Construction*. 2023. Vol. 154. No. 104984. DOI: 10.1016/j.autcon.2023.104984
9. Zhao P., Liao W., Huang Y., Lu X. Beam layout design of shear wall structures based on graph neural networks // *Automation in Construction*. 2024. Vol. 158. No. 105223. DOI: 10.1016/j.autcon.2023.105223
10. Li M., Liu Y., Wong B.C.L. et al. Automated structural design optimization of steel reinforcement using graph neural network and exploratory genetic algorithms // *Automation in Construction*. 2023. Vol. 146. No. 104677. DOI: 10.1016/j.autcon.2022.104677
11. Wu C., Xu X., Jiang R. et al. Graph-based deep learning model for knowledge base completion in constraint management of construction projects // *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2023. Vol. 38. No. 6. Pp. 702–719. DOI: 10.1111/mice.12904
12. Xu C., Cao B. T., Yuan Y., Meschke G. Transfer learning based physics-informed neural networks for solving inverse problems in engineering structures under different loading scenarios // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2023. Vol. 405. No. 115852. DOI: 10.1016/j.cma.2022.115852
13. Li Y., Ni P., Sun L., Xia Y. Finite element model-informed deep learning for equivalent force estimation and full-field response calculation // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2024. Vol. 206. No. 110892. DOI: 10.1016/j.ymsp.2023.110892
14. Yang Z., Gaidhane A.D., Drgoňa J. et al. Physics-constrained graph modeling for building thermal dynamics // *Energy and AI*. 2024. Vol. 16. No. 100346. DOI: 10.1016/j.egyai.2024.100346
15. Peng J.Z., Hua Y., Li Y.B. et al. Physics-informed graph convolutional neural network for modeling fluid flow and heat convection // *Physics of Fluids*. 2023. Vol. 35. No. 087117. DOI: 10.1063/5.0161114
16. Liu B., Wang Y., Rabczuk T. et al. Multi-scale modeling in thermal conductivity of Polyurethane incorporated with Phase Change Materials using Physics-Informed Neural Networks // *Renewable Energy*. 2024. Vol. 220. No. 119565. DOI: 10.1016/j.renene.2023.119565
17. Zhang M., Guo T., Zhang G. et al. Physics-informed deep learning for structural vibration identification and its application on a benchmark structure // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2024. Vol. 382. No. 20220400. DOI: 10.1098/rsta.2022.0400

REFERENCES

1. Szabó B.A., Babuška I. *Finite Element Analysis: Method, Verification, and Validation*. 2nd ed. Hoboken, Wiley, 2021; 374.
2. Ereiz S., Duvnjak I., Jiménez-Alonso J.F. Review of finite element model updating methods for structural applications. *Structures*. 2022; 41:684-723. DOI: 10.1016/j.istruc.2022.05.041
3. Cremonesi M., Franci A., Idelsohn S. et al. State of the Art Review of the Particle Finite Element Method (PFEM). *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2020; 27(6):1709-1735. DOI: 10.1007/s11831-020-09468-4
4. Gupta P., Gupta N., Saxena K.K. Predicting compressive strength of geopolymer concrete using machine learning. *Innovation and Emerging Technologies*. 2023; 10:2350003. DOI: 10.1142/S2737599423500032
5. Paudel S., Pudasainee A., Shrestha R.K., Kharel E. Compressive strength of concrete material using machine learning techniques. *Cleaner Engineering and Technology*. 2023; 15:100661. DOI: 10.1016/j.clet.2023.100661
6. Pakzad S.S., Roshan N., Ghalehnovi M. Comparison of various machine learning algorithms used for compressive strength prediction of steel fiber-reinforced concrete. *Scientific Reports*. 2023; 13:3646. DOI: 10.1038/s41598-023-30606-y
7. Alyousef R., Rehman M.F., Khan M. et al. Machine learning-driven predictive models for compressive strength of steel fiber reinforced concrete subjected to high temperatures. *Case Studies in Construction Materials*. 2023; 19:e02418. DOI: 10.1016/j.cscm.2023.e02418

8. Jia Y., Wang J., Shou W., Hosseini M.R., Bai Y. Graph neural networks for construction applications. *Automation in Construction*. 2023; 154:104984. DOI: 10.1016/j.autcon.2023.104984
9. Zhao P., Liao W., Huang Y., Lu X. Beam layout design of shear wall structures based on graph neural networks. *Automation in Construction*. 2024; 158:105223. DOI: 10.1016/j.autcon.2023.105223
10. Li M., Liu Y., Wong B.C.L. et al. Automated structural design optimization of steel reinforcement using graph neural network and exploratory genetic algorithms. *Automation in Construction*. 2023; 146:104677. DOI: 10.1016/j.autcon.2022.104677
11. Wu C., Xu X., Jiang R. et al. Graph-based deep learning model for knowledge base completion in constraint management of construction projects. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2023; 38(6):702-719. DOI: 10.1111/mice.12904
12. Xu C., Cao B. T., Yuan Y., Meschke G. Transfer learning based physics-informed neural networks for solving inverse problems in engineering structures under different loading scenarios. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2023; 405:115852. DOI: 10.1016/j.cma.2022.115852
13. Li Y., Ni P., Sun L., Xia Y. Finite element model-informed deep learning for equivalent force estimation and full-field response calculation. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2024; 206:110892. DOI: 10.1016/j.ymsp.2023.110892
14. Yang Z., Gaidhane A.D., Drgoňa J. et al. Physics-constrained graph modeling for building thermal dynamics. *Energy and AI*. 2024; 16:100346. DOI: 10.1016/j.egyai.2024.100346
15. Peng J.Z., Hua Y., Li Y.B. et al. Physics-informed graph convolutional neural network for modeling fluid flow and heat convection. *Physics of Fluids*. 2023; 35:087117. DOI: 10.1063/5.0161114
16. Liu B., Wang Y., Rabczuk T. et al. Multi-scale modeling in thermal conductivity of Polyurethane incorporated with Phase Change Materials using Physics-Informed Neural Networks. *Renewable Energy*. 2024; 220:119565. DOI: 10.1016/j.renene.2023.119565
17. Zhang M., Guo T., Zhang G. et al. Physics-informed deep learning for structural vibration identification and its application on a benchmark structure. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2024; 382: 20220400. DOI: 10.1098/rsta.2022.0400