



УДК 624.075

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.2.3-16

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Горизонтальное динамическое воздействие по нижней части колонны с учетом совместной работы с элементом сооружения

А.Г. Тамразян^{1*}

¹ *Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Российская Федерация*

* tamrazian@mail.ru

Ключевые слова: колонна, динамическое воздействие, аварийные удары, контактная зона, ударник, количество движения, угол поворота, смещение опоры

История статьи

Поступила в редакцию: 02.04.2025

Доработана: 22.04.2025

Принята к публикации: 27.04.2025

Для цитирования

Тамразян А.Г. Горизонтальное динамическое воздействие по нижней части колонны с учетом совместной работы с элементом сооружения // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 3–16.

Аннотация. Реакция сооружения и совместная работа элементов будет зависеть не только от вида удара, но и конструктивной схемы здания. Рассматривается последовательно расчет поперечной рамы одноэтажного промышленного здания, многоэтажной рамы здания со связевым каркасом при наезде транспортного средства, а также при выходе из строя наружной и внутренней колонны этого здания и здания с неполным каркасом при ударе артиллерийского снаряда. Вначале проводится анализ совместной работы элементов одноэтажного промышленного здания со сплошными железобетонными колоннами, перекрытого железобетонами балками, по которым уложены ребристые сборные плиты покрытия. Плиты образуют жесткий диск покрытия в горизонтальной плоскости, однако, как предполагается, не оказывают сопротивления вертикальным перемещениям отдельных балок при выходе из строя одной из их опорных колонн.

Horizontal Dynamic Impact at the Bottom of the Column with Regard to the Joint Operation with the Structural Element

А.Г. Tamrazyan^{1*}

¹ *Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation*

* tamrazian@mail.ru

Keywords: column, dynamic impact, emergency impacts, contact zone, impactor, amount of motion, angle of rotation, support displacement

Article history

Received: 02.04.2025

Revised: 22.04.2025

Accepted: 27.04.2025

Abstract. The response of the structure and the joint operation of the elements will depend not only on the type of impact, but also on the structural design of the building. The calculation of the transverse frame of a single-storey industrial building, a multi-storey frame of a building with a ligament frame in the event of a vehicle collision, as well as the failure of the outer and inner columns of this building and a building with an incomplete frame in the event of an artillery shell impact is considered sequentially.

Аиот Георгиевич Тамразян, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, E-mail: Tamrazian@mail.ru

© Тамразян А.Г., 2025

**For citation**

Tamrazyan A.G. Horizontal Dynamic Impact at the Bottom of the Column with Regard to the Joint Operation with the Structural Element. *Reinforced concrete structures*. 2025; 2(10):3-16.

At first, we analyze the joint operation of the elements of a one-story industrial building with solid reinforced concrete columns, covered with reinforced concrete beams, on which are laid ribbed prefabricated floor slabs. The slabs form a rigid covering disk in the horizontal plane, but, as it is supposed, do not resist vertical displacements of individual beams in case of failure of one of their supporting columns

ВВЕДЕНИЕ

В железобетонных каркасных зданиях горизонтальным ударам могут подвергаться колонны при наездах транспорта (гаражи, одноэтажные, многоэтажные промышленные здания — автомобили, напольный транспорт, погрузчики, танки при ЧС и другое), а также при ударах снарядов в результате террористических действий или ЧС социально-политического, военного характера.

Поскольку аварийные удары действуют на конструкцию обычно однократно, а вероятность их мала, экономически нецелесообразно требовать, чтобы конструкция в результате аварийного интенсивного удара не получила бы никаких остаточных деформаций, поскольку это потребовало бы значительного дополнительного расхода бетона и арматуры. Важно лишь, чтобы она не обрушилась и не повлекла обрушения других конструктивных элементов и здания в целом. Таким образом, в конструкциях, воспринимающих рассматриваемые нагрузки, целесообразно допускать значительные пластические деформации и местные повреждения. В дальнейшем такая конструкция может быть усилена или заменена.

Практический интерес представляют данные по влиянию скорости деформации на prizmenную прочность, предельные деформации укорочения и модуль упругости бетона, поскольку указанные характеристики прямо или косвенно учитываются при динамическом расчете железобетонных конструкций [1–9].

МЕТОД

Рассмотрим удар транспортного средства. Экспериментальное исследование ударов нижней части колонны было выполнено в [10], а также предложен подход к расчету колонн, учитывающий их деформирование только как отдельных элементов. Предполагая, что характер локального деформирования колонны в случае учета совместной работы измениться не должен, используем аналогичный подход в рассматриваемой задаче. Поведение колонны разбиваем на стадии в соответствии с наблюдаемым в опытах: до образования наклонных трещин — стадия 1, после образования трещин до разрушения (раздробления) бетона наклонной сжатой полосы первого пластического шарнира между трещинами — стадия 2.

Стадия 1. Колонна рассматривается как упругий элемент. Стадия 1 заканчивается в момент времени t_1 как с позиций общего, так и местного действия удара.

Местное действие удара (контактный закон) определяется зависимостью [11]:

$$F = k_1 \alpha, \quad (1)$$

где F — контактная сила; k_1 — коэффициент, характеризующий жесткость контактной зоны, принимаемый согласно [10]; α — внедрение индентора в конструкцию.

Динамическую изгибную и сдвиговую жесткость сечения колонны представим в виде:

$$B_0 = E_b J_{red}, \quad (2)$$

$$D_0 = G_b A_{red}, \quad (3)$$

где E_b и G_b — начальный модуль упругости бетона и его модуль сдвига; J_{red} и A_{red} — приведенные момент инерции и площадь сечения колонны, определяемые согласно СП [12].

Будем рассматривать прогиб колонны как сумму прогибов от изгиба y_1 и взаимного сдвига сечений y_2 :

$$y = y_1 + y_2. \quad (4)$$

Такое представление позволяет в рамках приведенных ниже энергетических соотношений получить решение, близкое к решению [13], т.е. учесть волновые эффекты, что имеет значение для начальной стадии работы конструкции. Прогибы y_1 и y_2 будем искать в виде:

$$y_1 = \sum_n \bar{T}_n X_n(x); \quad y_2 = \sum_n \bar{\bar{T}}_n X_n(x), \quad (5)$$

где X_n — n -я форма собственных колебаний конструкций, удовлетворяющая заданным граничным условиям; \bar{T}_n и $\bar{\bar{T}}_n$ — соответствующие n -й форме искомые функции времени.

Для получения уравнений движения используем уравнения Лагранжа 2-го рода.

Составим входящие в уравнения Лагранжа выражения для кинетической, потенциальной энергии и работы внешней нагрузки.

Кинетическая энергия:

$$K = \frac{m_k}{2} \int_0^l \left[\frac{d(y_1 + y_2)}{dt} \right]^2 + \frac{m_k I_{red}}{2 A_{red}} \int_0^l \left[\frac{d}{dt} \frac{dy_1}{dx} \right]^2 dx + \frac{M_s}{2} [\dot{y}_1(\bar{x}, t) + \dot{y}_2(\bar{x}, t) + \dot{\alpha}]^2, \quad (6)$$

где m_k — погонная масса колонны; I_{red} и A_{red} — приведенные площадь и момент инерции поперечного сечения колонны, определяемые, как и в (2), (3).

Первое слагаемое в формуле (6) учитывает инерцию поступательного движения, второе — инерцию вращения элементов колонны, третье представляет кинетическую энергию ударника, затраченную на перемещение его на расстояние $y + \alpha$.

Потенциальная энергия:

$$U = \frac{1}{2B_0} \int_0^{\bar{x}+a} M^2 dx + \frac{1}{2\bar{B}_0} \int_{\bar{x}-a}^{\bar{x}+a} M^2 dx + \frac{1}{2B_0} \int_{\bar{x}+a}^l M^2 dx + \frac{k}{2D_0} \int_0^{\bar{x}+a} Q^2 dx + \frac{k}{2\bar{D}_0} \int_{\bar{x}-a}^{\bar{x}+a} Q^2 dx + \frac{k}{2D_0} \int_{\bar{x}+a}^l Q^2 dx + \frac{k_1 \alpha}{2}, \quad (7)$$

где x — координата сечения колонны, через которое проходит ось площадки контакта (ось удара); a — половина длины площадки контакта; B_0 и D_0 — изгибная, сдвиговая жесткости сечения колонны под площадкой контакта, определяемые по рабочей высоте сечения за вычетом внедрения α ; k — коэффициент, учитывающий форму поперечного сечения, для прямоугольного сечения $k = 1, 2$.

Последнее слагаемое в формуле (7) учитывает энергию деформирования контактной зоны.

Входящие в формулу (7) изгибающие моменты M и поперечные силы Q для сечений под площадкой контакта и вне ее определяются по формулам:

$$M = -\bar{B}_0 \frac{d^2 y_1}{dx^2}; M = -B_0 \frac{d^2 y_1}{dx^2}. \quad (8)$$

$$Q = \frac{K}{\bar{D}_0} \frac{d^3 y_2}{dx^3}; Q = \frac{K}{D_0} \frac{d^3 y_2}{dx^3}. \quad (9)$$

Расчеты показывают, что малые прогибы колонны в стадии 1 вызывают очень малые смещения верхнего конца колонны, при которых колебания стропильной конструкции практически не возбуждаются. Это дает основание рассматривать влияние вышерасположенных конструкций как статическую нагрузку N . Работа этой нагрузки на перемещениях колонны:

$$W = \frac{N}{2} \int_0^l \left(\frac{d y_1}{dx} \right)^2 dx. \quad (10)$$

Подставляя (6), (7) и (10) в уравнения Лагранжа, получим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dK}{dT_n} \right) - \frac{dK}{dT_n} - \frac{dU}{dT_n} = \frac{dW}{dT_n}. \quad (11)$$

Смещение опоры стропильной конструкции вызывает дополнительную динамическую реакцию, которая в первый момент не только разгружает колонну, но затем догружает ее, причем уровень дополнительной продольной силы составляет до 15 % от N_{sr} . В дальнейшем возможны существенные разгрузки (до 11 %). Это свидетельствует о том, что необходимо определять расчетные динамические параметры колонны в предположении совместной работы ее с покрытием (рис. 1).

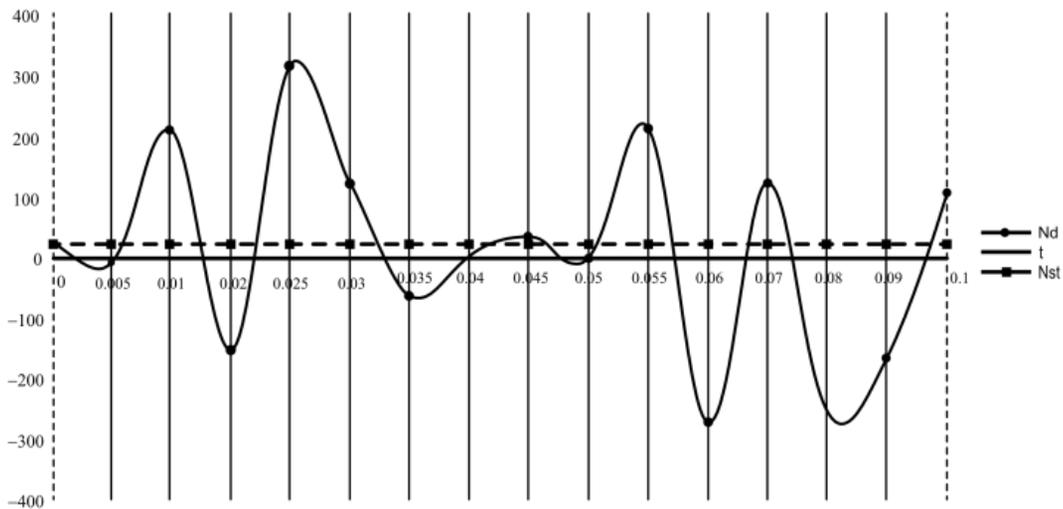


Рис. 1. Зависимость между продольными силами: статической и дополнительной динамической
Fig. 1. Relationship between longitudinal forces: static and additional dynamic forces

Легко получить систему линейных дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат, которыми в данном случае являются функции \bar{T}_n и $\bar{\bar{T}}_n$. Поскольку жесткости

\bar{B}_0 и \bar{D}_0 являются функциями $\alpha(t)$, потенциальная энергия является функцией времени, полученная система имеет переменные коэффициенты.

Однако в пособии [10] указывалось, что даже в наиболее неблагоприятном случае низкоскоростного удара клиновидным индентором проникание сравнительно невелико и не может существенно повлиять на изменение потенциальной энергии. Пренебрегая, таким образом, снижением жесткости колонны на участке контакта, получим вместо формулы (7):

$$U = \frac{B_0}{2} \int_0^l \left[\frac{d^2 y_1}{dx^2} \right]^2 dx + \frac{D_0}{2K} \int_0^l \left[\frac{dy_2}{dx} \right]^2 dx + \frac{k_1}{2}. \quad (12)$$

Система уравнений движения (с постоянными коэффициентами), таким образом, будет:

$$\begin{cases} \|\beta\|(\ddot{T}) + \|\sigma\|(\ddot{\bar{T}}) + \|\xi\|(\bar{T}) + \|\eta\|(\bar{\bar{T}}) + (\Delta)\ddot{\alpha} = 0; \\ \|\sigma\|(\ddot{T} + \ddot{\bar{T}}) + \|\eta\|(\bar{T}) + (\Delta)\ddot{\alpha} = 0; \\ [X(x)](\ddot{T} + \ddot{\bar{T}}) + \ddot{\alpha} + \mathcal{W}_0^2 = 0 \end{cases}, \quad (13)$$

где $\|\beta\|, \|\sigma\|, \|\xi\|, \|\eta\|$ — симметричные матрицы $(n \times n)$.

$$\beta_{in} = m_k \int_0^l X_i X_n + M_s X_i(\bar{x}) X_n(\bar{x}) + \frac{m_k I_{red}}{A_{red}} \int_0^l X_i' X_n' dx,$$

$$\delta_{in} = m_k \int_0^l X_i X_n dx + M_s X_i(\bar{x}) X_n(\bar{x}); \quad \Delta_i = M_s X_i(\bar{x}),$$

$$\xi_{in} = B_0 \int_0^l X_i'' X_n'' dx - N \int_0^l X_i' X_n' dx; \quad \eta_{ni} = \frac{D_0}{K} \int_0^l X_i' X_n' dx,$$

$$\omega_0^2 = \frac{K_1}{M_s}; \quad \left(i = 1, 2, \dots; \quad n = 1, 2, \dots \right).$$

Начальные условия для уравнения движения:

$$\begin{aligned} t = 0; \\ (\bar{T}) = (\bar{\bar{T}}) = 0; \quad (\dot{\bar{T}}) = (\dot{\bar{\bar{T}}}) = 0; \quad \alpha = 0; \quad \dot{\alpha} = V_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Если условия закрепления концов колонны обеспечивают ортогональность собственных форм X_n , система (13) упрощается. Отметим, что последнее уравнение в системе (13) описывает движение ударника на перемещении $y + \alpha$. Уравнения (13) будут справедливы, если выполняется условие $\dot{\alpha} > 0$. В противном случае, в контактной зоне в момент времени \bar{t} начинается разгрузка. Момент \bar{t} может быть определен из условия:

$$\dot{\alpha}(\bar{t}) = 0, \quad (15)$$

где α — решение (13).

При этом предполагается, что $k_1 \alpha(\bar{t})$ не превышает предельного значения контактной силы F_n , соответствующего началу разрушения бетона под площадкой контакта.

Учет разгрузки может быть легко осуществлен заменой в выражении для потенциальной энергии последнего слагаемого на алгебраическую сумму:

$$\frac{\alpha(\bar{t})^2 (K_2 - K_1)^2}{2K_2} - \alpha(\bar{t})\alpha(K_2 - K_1) + \frac{K_2}{2}\alpha^2.$$

Таким образом, последнее уравнение в формуле (13) приобретает вид:

$$[X(\bar{x})]\left(\ddot{\bar{T}} + \ddot{\bar{T}}\right) + \ddot{\alpha} + \omega_2^2\alpha = S_1, \quad (16)$$

где,

$$\omega_2^2 = \frac{K_2}{M_s}; S_1 = \frac{\alpha(\bar{t})(K_2 - K_1)}{M_s}.$$

Начальные условия для этой измененной системы будут:

$$t = \bar{t}(\bar{T}) = (\bar{T}(\bar{t})); (\bar{\bar{T}}) = (\bar{\bar{T}}(\bar{t})); (\dot{\bar{T}}) = (\dot{\bar{T}}(\bar{t})); (\ddot{\bar{T}}) = (\ddot{\bar{T}}(\bar{t}));$$

$$\alpha = \alpha(t); \quad \dot{\alpha} = 0. \quad (17)$$

Приращение контакта ударника с конструкцией наступит в момент времени $\bar{\bar{t}}$, определяемый из условия:

$$F(\bar{\bar{t}}) = 0 \text{ или } \alpha(\bar{\bar{t}}) = \frac{\alpha(\bar{t})(K_2 - K_1)}{K_2}. \quad (18)$$

При $t > \bar{\bar{t}}$ необходимо рассмотреть свободное движение колонны.

Приведенное уточненное решение представляет особую ценность для расчета колонн, подверженных ударом в нижней части и разрушающимся в результате сдвига по наклонным сечениям (трещинам). Оно позволяет достаточно точно определить поперечные силы и изгибающие моменты по формулам (8), (9), далее главные напряжения σ_1 и σ_2 в критических сечениях и сопоставить их с предельными [10], установив таким образом момент t_1 . Расчеты, однако, показывают, что достаточно точным, в том числе и для рассматриваемой задачи, может оказаться упрощенный подход, основанный на представлениях классической механики [14].

В упрощенном варианте прогибы ищутся в виде:

$$y = \sum_n T_n X_n, \quad (19)$$

где T_n — искомая функция времени; X_n — по-прежнему, n -я форма колебаний. Пренебрегая влиянием внедрения ударника на высоту критического сечения колонны, получим для кинетической и потенциальной энергий:

$$K = \frac{m_k}{2} \int_0^l \dot{y}^2 dx + \frac{M_s}{2} [\dot{y}(\bar{x}, t) + \dot{\alpha}]^2; \quad (20)$$

$$U = \frac{B_0}{2} \int_0^l (y'')^2 dx + \frac{K_1}{2} \alpha^2. \quad (21)$$

Работа продольной силы учитывается выражением (10).

Подставляя (20), (21) и (10) в уравнения Лагранжа (11), получим систему уравнений движения:

$$\left\{ \begin{aligned} \|\lambda\|(\ddot{T}) + \|\zeta\|(T) + (\Delta)\ddot{\alpha} &= 0; \\ [X(\bar{x})](\ddot{T}) + \ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha & \end{aligned} \right. , \quad (22)$$

где

$$\lambda_{in} = m_k \int_0^l X_i X_n dx + M_s X_i(\bar{x}) X_n(\bar{x});$$

$$\zeta_{in} = B_0 \int_0^l X_i'' X_n'' dx - N \int_0^l X_i' X_n' dx,$$

остальные обозначения те же, что и в (13).

Изгибающие моменты и поперечные силы определяются по известным формулам:

$$M = -B_0 \frac{d^2 y}{dx^2}; \quad Q = -B_0 \frac{d^3 y}{dx^3}. \quad (23)$$

Момент образования трещин t определяется как минимальный из двух условий:

$$M(\bar{x}, t_1) = M_{el,d}; \quad (24)$$

$$\sigma_2(\bar{x} \pm a, t_1) = \gamma_{1,d} \gamma_{b,4} R_{br,d}, \quad (25)$$

где $M_{el,d}$ — момент образования трещин приведенного бетонного сечения, определяемый по формуле [12] при динамическом расчетном сопротивлении бетона растяжению и уменьшенной рабочей высоте сечения за счет внедрения ударника; σ_2 — главное растягивающее напряжение; a — половина ширины контакта; $\gamma_{1,d}$ — коэффициент, учитывающий особенности ударного деформирования; $\gamma_{b,4}$ — коэффициент из соответствующей формулы норм [12].

Первое условие определяет момент образования нормальных трещин, второе — наклонных. Заметим, что в силу введенных ранее предпосылок обе формулы носят приближенный характер; проверка образования наклонных трещин может быть выполнена более точно, если известен состав бетонной смеси и ситовый анализ. В последнем случае может быть применен подход, предложенный в пособии [10] и базирующийся на механике разрушения бетона.

Расчеты показывают, что при ударах в нижней части колонны обычно определяющим является условие (25).

Стадия 2. Учитывая, что удар наносится в непосредственной близости от основания колонны, деформацией нижней ее части пренебрегаем по малости. Горизонтальные перемещения колонны, таким образом, обусловлены в основном по наклонным трещинам. В соответствии с этим расчетную схему сооружения примем в виде, показанном на рис. 2.

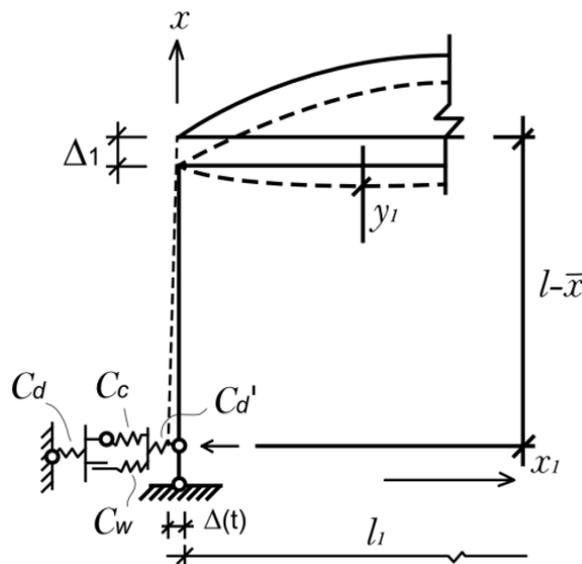


Рис. 2. Расчетная схема сооружения
Fig. 2. Calculation scheme of the structure

Горизонтальные перемещения колонны в сечении, где наносится удар (\bar{x}), обозначим Δ , тогда, полагая малыми изгибные деформации верхней части колонны, получим для перемещения любого ее сечения:

$$y^{II}(x, t) = \frac{\Delta(l-x)}{l-\bar{x}}. \quad (26)$$

Перемещение стропильной конструкции \tilde{y}_1 будет складываться из перемещений ее как жесткого целого вследствие смещения левой опоры $\Delta_1 \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right)$, где l_1 — пролет стропильной конструкции, и колебания $y_1(x_1, t)$ и $y_2(x_2, t)$, вызванные этим смещением инерционными силами:

$$y = y_1 + y_2 + \Delta_1 \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right). \quad (27)$$

Значения прогибов в четвертях и середине пролета, определенные по двум упомянутым выше методикам, совпадают лишь в начальные моменты движения; в последующем приближенная методика существенно завышает значения прогибов (рис. 3).

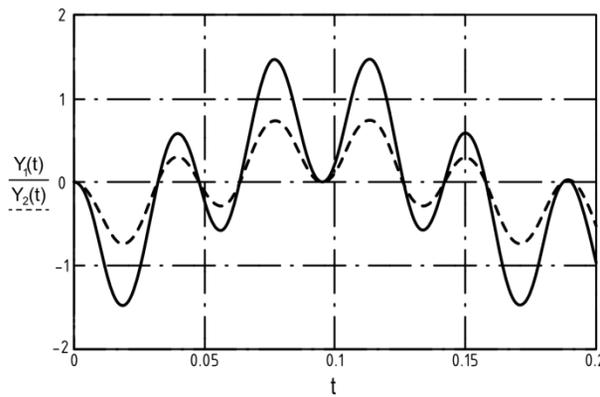


Рис. 3. Значение прогибов в четвертях $Y_1(t)$ и середине пролета $Y_2(t)$
 Fig. 3. Deflections in quarters $Y_1(t)$ and in the middle of the span $Y_2(t)$

Стропильные сдвиги у основания колонны обусловлены жесткостью бетона сжатой полосы между наклонными трещинами C_c , нагель, образуемый продольной арматурой у лицевой C'_d и тыльной C_d граней колонны, а также растянутыми хомутами в наклонной трещине C_w . Работа левого и правого нагелей на рис. 2 различна. Левый нагель после нарушения сцепления арматуры с бетоном работает как обычная балка, тогда как правый испытывает поддержку бетона под ним за пределами площадки контакта. Согласно работе [15] имеем:

$$\sum_{i=1}^{n'} 2\bar{\lambda}^3 E_s I'_s, \quad (28)$$

где

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{ed'_s}{4E_s I'_s}}, \quad e = \frac{E'_B}{2(1-\nu^2)d'_s}.$$

d'_s и I'_s — диаметр и осевой момент инерции правой арматуры; n' — число продольных стержней у лицевой грани:

$$C_d = \sum_{i=1}^n \frac{12E_s I_s}{l_s^3}; \quad C_s = \frac{E'_b A_b \sin \theta}{h_0}; \quad C_w = \frac{E_s A_{sw} (\bar{x} - a)}{s l_{an}}, \quad (29)$$

где l_{an} — длина активного участка деформирования поперечных стержней, $(5-10)d$.

Общая жесткость деформируемого элемента будет:

$$C_0 = \frac{C_d C_m C'_d}{C_d C_m + C_d C'_d + C_m C'_d}, \quad (30)$$

где $C_m = C_s + C_w$.

Наряду с упомянутым элементом в сопротивлении сдвигу участвует сила зацепления по берегам наклонных трещин F_{crc} . Влияние этой силы, как показывают опыты, зависит от содержания поперечной арматуры. При ее отсутствии вклад F_{crc} в сопротивление сдвигу может достигать 30–50 %. При часто расположенных поперечных стержнях (что обычно и имеет место в рассматриваемом случае) влияние этого фактора падает до 7–10 %. Сопротивление стропильной конструкции будем считать обусловленным ее изгибной жесткостью без трещин B . Это оправдано, так как обычно стропильные конструкции выполняются предварительно напряженными.

Для получения уравнения движения используем уравнения Лагранжа 2-го рода. С учетом введенных обозначений запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы, предварительно выразив Δ и Δ_1 через один обобщенный коэффициент — малый угол поворота верхнего участка колонны φ относительно верхнего шарнира:

$$\Delta = (l - \bar{x}) \sin \varphi = (l - \bar{x}) \varphi; \quad (31)$$

$$\Delta_1 = (l - \bar{x}) - (l - \bar{x}) \cos \varphi = (l - \bar{x})(1 - \cos \varphi). \quad (32)$$

Раскладывая $\cos \varphi$ в ряд и учитывая малость угла (рис. 4), получим вместо формулы (32):

$$\Delta_1 = (l - \bar{x}) \left[1 - \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} + \dots \right) \right] = (l - \bar{x}) \frac{\varphi^2}{2}. \quad (33)$$

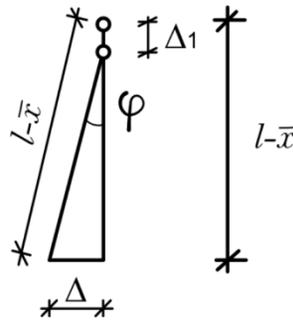


Рис. 4. Угол поворота верхнего участка колонны φ относительно верхнего шарнира
Fig. 4. Angle of rotation of the upper section of the column relative to the upper joint

Угол поворота, определенный с учетом совместной работы, может до 40 % превышать этот параметр, определенный без учета динамической реакции от покрытия (рис. 5).

Тогда

$$K = M_s \frac{(l - \bar{x}) \dot{\varphi}^2}{2} + m_k \int_{\bar{x}}^l \left(\frac{l - x}{l - \bar{x}} \right)^2 (l - \bar{x})^2 \dot{\varphi}^2 dx + \frac{M_{cmp}}{2} \int_0^{l_1} \left[\dot{y}_1 + \dot{y}_2 + (l - \bar{x}) \frac{\varphi^2}{2} \left(1 - \frac{x_1}{l_1} \right) \right]^2 dx, \quad (34)$$

где $M_{стр}$ — погонная масса стропильной конструкции.

$$U = \frac{C_0 (l - \bar{x})^2 \varphi^2}{2 \sin \theta} + F_{crc} \frac{(l - \bar{x}) \varphi}{\sin \theta} + \frac{\tilde{B}_0}{2} \int_0^{l_1} (y''_1 + y''_2)^2 dx_1, \quad (35)$$

где,

$$F_{crc} = N_{\text{прод}}(t)f_{mp}, N_{\text{прод}}(t) = Q(0,t)f_{mp}$$

$$Q(0,t) = -\frac{d^3 y(0,t)}{dx^3}, \frac{d^3 y}{dx^3} = -(X_1'''T_1 + X_2'''T_2),$$

$$F_{mp} = -\tilde{B}_0(X_1'''(0)T_1 + X_2'''(0)T_2) \cdot f_{Tp}.$$

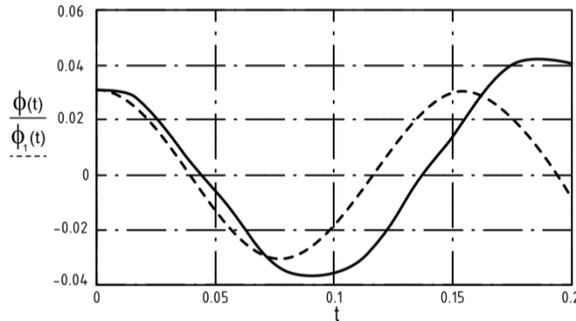


Рис. 5. Зависимость угла поворота от времени:

— $\phi(t)$ — угол поворота без учета совместной работы;

- - - - $\phi_1(t)$ — угол поворота с учетом совместной работы

Fig. 5. Time history for rotation angle:

— $\phi(t)$ — Angle of rotation without taking into account joint work;

- - - - $\phi(t)$ — Angle of rotation with consideration of joint work

Динамический прогиб стропильной конструкции целесообразно принять в виде:

$$y_1(X_1, t) = \sum_n X_n T_n. \quad (36)$$

Опыт динамических расчетов шарнирно-опертых изгибаемых элементов при внезапном смещении одной из опор показывает, что для достаточно точного определения прогибов конструкций достаточно удержать два члена ряда (36). Воспользуемся этим обстоятельством для получения уравнений движения. Оценку возникающих усилий в этом случае, теоретически требующих удержания большего числа членов ряда, дадим в дальнейшем.

Таким образом, вместо формулы (36) будем иметь:

$$y_1(X_1, t) = X_1 T_1 + X_2 T_2, \quad (37)$$

предполагая $X_n = \sin \frac{n\pi x}{l_1}$, ($n = 1, 2$).

Подставляя формулу (36) в (34) и (35) и далее в уравнения Лагранжа (11), получим систему уравнений движения:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{\phi} + B_1 \ddot{T}_1 + B_2 \ddot{T}_2 + d_1 \phi + e = 0; \\ B_1 \ddot{\phi} + c_1 \ddot{T}_1 + c_2 \ddot{T}_2 + g_1 T_1 + g_2 T_2 = 0; \\ B_2 \ddot{\phi} + c_2 \ddot{T}_1 + c_3 \ddot{T}_2 + g_2 T_1 + g_3 T_2 = 0 \end{cases}, \quad (38)$$

где:

$$a_1 = M_s(l - \bar{x})^2 + m \int_{\bar{x}}^l (l - x)^2 dx + M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} (l - x)^2 \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right)^2 \frac{3}{2} [\dot{\phi}(0)]^2 dx_1,$$

$$B_1 = M_{\text{стр}} \dot{\phi}(0) \int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right) (l - \bar{x}) X_1 dx_1, \quad B_2 = M_{\text{стр}} \dot{\phi}(0) \int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right) (l - \bar{x}) X_2 dx_1,$$

$$C_1 = M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} X_1^2 dx_1, \quad C_2 = M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} X_1 X_2 dx, \quad C_3 = M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} X_2^2 dx_1,$$

$$g_1 = \tilde{B}_0 \int_0^{l_1} (X_1'')^2 dx_1, \quad g_2 = \tilde{B}_0 \int_0^{l_1} X_1'' X_2'' dx_1, \quad g_3 = \tilde{B}_0 \int_0^{l_1} (X_2'')^2 dx_1, \quad d = \frac{c_0 (l - \bar{x})^2}{\sin \theta}.$$

При выводе системы (38) учитывалось следующее:

1) выражения (34), (35) приводят, вообще говоря, к системе нелинейных дифференциальных уравнений движения; для линеаризации и приведения к виду (38) было использовано разложение функций $\dot{\varphi}^2$ и $\dot{\varphi}^4$ в ряд Маклорена с удержанием, соответственно, трех и двух первых членов:

$$\dot{\varphi}^4 = \dot{\varphi}^4(0) + 4[\dot{\varphi}(0)]^3 \dot{\varphi} + 6[\dot{\varphi}(0)]^2 \dot{\varphi}^2 + \dots; \quad \dot{\varphi}^2 = \dot{\varphi}^2(0) + 2\dot{\varphi}(0)\dot{\varphi},$$

2) в качестве обобщенных координат, в отличие от формулы (11), фигурируют φ , T_1 и T_2 ;

3) в систему включена «присоединенная» масса ударника.

Очевидно, что сила зацепления по берегам трещины F_{crc} зависит от вертикальной динамической реакции стропильной конструкции. Учет этого явления может быть приближенно осуществлен, например, введением соотношения:

$$F_{\text{crc}} = N_{\text{прод}}(t) \cdot f_{\text{мп}}, \quad N_{\text{прод}}(t) = Q(0, t) \cdot f_{\text{мп}}; \quad (39)$$

$$F_{\text{crc}} = -\tilde{B}_0 \left(X_1'''(0) T_1 + X_2'''(0) T_2 \right) \cdot f_{\text{тр}}, \quad (40)$$

где $f_{\text{тр}}$ — коэффициент трения.

Подстановка формулы (40) в выражение для потенциальной энергии и далее в уравнения Лагранжа с учетом (37) приводит к системе уравнений движения типа:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{\varphi} + B_1 \ddot{T}_1 + B_2 \ddot{T}_2 + d\varphi + e_1 T_2 + e_2 T_2 = 0; \\ B_1 \ddot{\varphi} + c_1 \ddot{T}_1 + c_2 \ddot{T}_2 + d_1 \varphi + g_1 T_1 + g_2 \ddot{T}_2 = 0; \\ B_2 \ddot{\varphi} + c_2 \ddot{T}_1 + c_3 \ddot{T}_2 + d_2 \varphi + g_2 T_1 + g_3 T_2 = 0 \end{cases}, \quad (41)$$

$$\text{где } d_1 = e_1 = -\tilde{B}_0 X_1''' \frac{(l - \bar{x})}{\sin \theta}, \quad d_2 = e_2 = -\tilde{B}_0 X_2''' \frac{(l - \bar{x})}{\sin \theta}.$$

Все остальные коэффициенты как в системе уравнений (38).

Расчеты, однако, показали, что влияние динамической составляющей продольной силы относительно невелико, этот вывод подтверждает и упрощенный анализ, основанный на раздельном рассмотрении движения колонны и стропильной конструкции, приведенный ниже. Таким образом, в дальнейшем в качестве основной принята система (38) при начальных условиях:

$$t = t_1; \quad \varphi = \varphi_0; \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0; \quad T_1 = T_2 = \dot{T}_1 = \dot{T}_2 = 0, \quad (42)$$

$$\text{где } \varphi_0 = \frac{y(\bar{x}, t_1)}{(l - \bar{x})}.$$

Начальная скорость определится из условия равенства количества движения верхней части колонны непосредственно перед и сразу после образования наклонных трещин:

$$m \int_{\bar{x}}^l y dx = m \int_{\bar{x}}^l \frac{\dot{\Delta}(l-x)}{l-\bar{x}} dx = m \int_{\bar{x}}^l (l-x) \varphi dx. \quad (43)$$

С учетом выражений (42) решение системы будет:

$$T_1(t) = (c_2 B_2 - B_1 c_3) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) - \\ - (c_2 d_2 - B_1 g_3 - c_3 d_1 + B_2 g_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) + ; \quad (44) \\ + (g_2 d_2 - d_1 g_3) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right)$$

$$\varphi.(t) = (c_1 c_3 - c_2^2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) - \\ - (c_1 g_3 + c_3 g_1 - 2c_2 g_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) + ; \quad (45) \\ + (g_1 g_3 + g_2^2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right)$$

$$T_2.(t) = (B_1 c_2 - c_1 B_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) - \\ - (d_1 c_2 + c_1 g_2 - c_1 d_2 - g_1 B_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) + , \quad (46) \\ + (d_1 g_2 - g_1 d_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right)$$

где r_1, r_2, r_3 — характеристические корни.

Рассмотрим деформирование стропильной конструкции при вертикальном смещении левой опоры по закону $\Delta(t)$. Используя метод, приведенный в [16], уравнение движения стропильной конструкции запишем в виде:

$$B_0 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[y_1(x, t) + \Delta_1(t) \frac{l-x}{l} \right] = 0; \quad (47)$$

или

$$B_0 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = -m \frac{l-x}{l} \ddot{\Delta}_1. \quad (48)$$

Выражение для $\Delta_1(t)$ примем согласно (33), тогда:

$$\ddot{\Delta}_1 = \frac{1}{l-\bar{x}} \left\{ 2 \frac{\dot{\Delta}_0 \Phi_2}{\tilde{\omega}_2} \sin 2\tilde{\omega}_2 t + \left(\dot{\Delta}_0^2 - \frac{\Phi_2^2}{\tilde{\omega}_2^2} \right) \cos 2\tilde{\omega}_2 t + \frac{\Phi_2}{\tilde{\omega}_2} \left[\frac{\Phi_2}{\tilde{\omega}_2^2} \cos \tilde{\omega}_2 t - \dot{\Delta}_0 \sin 2\tilde{\omega}_2 t \right] \right\}, \quad (49)$$

$$\text{где } \tilde{\omega}_2 = \frac{3 \left[\bar{C} + \frac{4(\bar{X} + a)}{\sin 2\theta} b_{c \text{ crc}} \Phi_n \right] \cdot (l - \bar{X})^2}{\sin \theta \left\{ 3M_s (l - \bar{X})^2 + m \left(l - \bar{X} + a + \frac{h}{2} \right) \cdot \left[l^2 + 3l \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right) - \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right)^2 \right] \right\}},$$

$$\Phi_2 = \frac{3(F'_a + F_w) \cdot (l - \bar{X})^2}{\left\{ 3M_s (l - \bar{X})^2 + m \left(l - \bar{X} + a + \frac{h}{2} \right) \cdot \left[l^2 + 3l \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right) - \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right)^2 \right] \right\}}.$$

Решение уравнения (48) складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения, представленного интегралом Дюамеля:

$$y_n = - \sum_n X_n \frac{\int_0^t \int_0^l \frac{l-x}{l} \ddot{\Delta}_1 X_n(x) \sin \omega_n(t-u) dx du}{\omega_n^2 m \int_0^l X_n^2(x) dx}, \quad (50)$$

$$\text{где } \omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}.$$

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрен комплекс вопросов, необходимых для решения проблемы расчета железобетонных конструкций и конструктивных систем на аварийные ударные воздействия, включающий анализ таких воздействий, экспериментальное обоснование расчетных предпосылок, разработку методов расчета.

2. Сопоставление зависимостей угла поворота колонны и прогибов стропильной конструкции от времени, рассчитанных по упрощенной методике и с учетом совместной работы, показало, что распределение прогибов стропильной конструкции по длине и во времени в обоих случаях подобно и отражает распространение волны от быстро убираемой опоры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баженов Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. М. : Стройиздат, 1970. 292 с.
2. Белов Н.Н., Кабанцев О.В., Коняев А.А., Копаница Д.Г., Толкачев В.Ф., Югов А.А., Югов Н.Т. Расчет прочности железобетона на ударные нагрузки // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47. № 6 (280). С. 165–173.
3. Копаница Д.Г., Капарулин С.Л., Васильева Е.В. Влияние жесткости колонн на динамические параметры пространственного железобетонного каркаса в процессе ремонта // Вестник ТГАСУ. 2006. № 1. С. 164–169.
4. Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р., Пахмурин О.Р. Эксплуатационная надежность железобетонного каркаса с дефектами стыков колонн // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 3 (44). С. 88–95.
5. Тамразян А.Г. Научные основы оценки риска и обеспечения безопасности железобетонных конструкций, зданий и сооружений при комбинированных особых воздействиях // Вестник НИЦ Строительство. 2018. № 1 (16). С. 106–114.
6. Тамразян А.Г. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов при динамическом нагружении в условиях огневых воздействий // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 29–35.
7. Тамразян А.Г., Аветисян Л.А. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов на кратковременную динамическую нагрузку // Строительство: наука и образование. 2013. № 4. С. 2.
8. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Strength of reinforced concrete columns under special complex influences // E3S Web of Conferences. XXVI International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment" (FORM-2023). EDP Sciences, 2023. P. 02002.
9. Алексейцев А.В. Анализ устойчивости колонны при горизонтальных ударных воздействиях // Железобетонные конструкции. 2023. № 2. С. 3–12.

10. Забегаев А.В. Расчет железобетонных конструкций на аварийные ударные воздействия : учеб. пос. М. : МГСУ, 1995. 156 с.
11. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С., Забегаев А.В. Расчет конструкции на динамические специальные нагрузки. М. : Высшая школа, 1992. 319 с.
12. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.
13. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер Х. Колебания в инженерном деле. М. : Стройиздат, 1985. 320 с.
14. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М. : Стройиздат, 1979. 320 с.
15. Забегаев А.В. К расчету колонн на аварийные ударные воздействия // Бетон и железобетон. 1991. № 11. С. 27.
16. Рабинович И.М., Синицын А.П., Лужин О.В., Теренин Б.М. Расчет сооружений на импульсные воздействия. М. : Стройиздат, 1970. 304 с.

REFERENCES

1. Bazhenov Y.M. *Concrete under dynamic loading*. Moscow, Stroyizdat, 1970; 292. (in Russian).
2. Belov N.N., Kabantsev O.V., Konyaev A.A., Kopanitsa D.G., Tolkachev V.F., Yugov A.A., Yugov N.T. Calculation of Reinforced Concrete Strength under Impact Loads. *Applied Mechanics and Technical Physics*. 2006; 47:6(280):165-173. (in Russian).
3. Kopanitsa D.G., Kaparulin S.L., Vasilieva E.V. Influence of the columns stiffness on the dynamic parameters of the spatial reinforced concrete frame in the process of repair. *Vestnik of TSASU*. 2006; 1:164-169. (in Russian).
4. Kumpiak O.G., Galyautdinov Z.R., Pakhmurin O.R. Operational reliability of the reinforced concrete frame with the column joint defects. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2014; 3(44):88-95. (in Russian).
5. Tamrazyan A.G. Scientific bases of risk assessment and safety assurance of reinforced concrete structures, buildings and constructions under combined special impacts. *Vestnik NIC Stroitelstvo*. 2018; 1(16):106-114. (in Russian).
6. Tamrazyan A.G. Calculation of the off-centre compressed reinforced concrete elements under dynamic loading under fire effects. *Industrial and Civil Engineering*. 2015; 3:29-35. (in Russian).
7. Tamrazyan A.G., Avetisyan L.A. Calculation of the off-centre compressed reinforced concrete elements for short-term dynamic loading. *Construction: Science and Education*. 2013; 4:2. (in Russian).
8. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Strength of reinforced concrete columns under special complex influences. *E3S Web of Conferences. XXVI International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment" (FORM-2023)*. EDP Sciences, 2023; 02002.
9. Alekseytsev A.V. Analysis of column stability at horizontal impact actions. *Reinforced Concrete Structures*. 2023; 2:3-12. (in Russian).
10. Zabegaev A.V. *Calculation of Reinforced Concrete Structures for Emergency Shock Effects : Study guide*. Moscow, MGSU, 1995; 156. (in Russian).
11. Popov N.N., Rastorguev B.S., Zabegaev A.V. *Design calculation for dynamic special loads*. Moscow, Higher School, 1992; 319. (in Russian).
12. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. (in Russian).
13. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver H. *Fluctuations in engineering*. Moscow, Stroyizdat, 1985; 320.
14. Clough R., Penzien J. *Dynamics of Structures*. Moscow, Stroyizdat, 1979; 320. (in Russian).
15. Zabegaev A.V. Calculation of Columns for Emergency Impact Impacts. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1991; 11:27. (in Russian).
16. Rabinovich I.M., Sinitsyn A.P., Luzhin O.V., Terenin B.M. *Calculation of Structures for Impulse Impacts*. Moscow, Stroyizdat, 1970; 304. (in Russian).