



УДК 539.3

DOI: 10.22227/2949-1622.2026.1.53-61

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

## Математическое моделирование разрушения железобетонной плиты при ударном взаимодействии на основе смесевой модели

Н.Т. Югов<sup>1</sup>, Н.Н. Белов<sup>1</sup>, Г.П. Тонких<sup>2</sup>, А.С. Пляскин<sup>1</sup>, А.И. Бабарыкина<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск, Российская Федерация

<sup>2</sup> Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Российская Федерация

\*babarykina.anna.i@yandex.ru

**Ключевые слова:** железобетон, ударное воздействие, тяжелый стальной ударник, проникание, локальное разрушение, смесевая модель, математическое моделирование, численный расчет

### История статьи

Поступила в редакцию: 21.01.2026

Доработана: 01.02.2026

Принята к публикации: 07.02.2026

### Для цитирования

Югов Н.Т., Белов Н.Н., Тонких Г.П., Пляскин А.С., Бабарыкина А.И. Математическое моделирование разрушения железобетонной плиты при ударном взаимодействии на основе смесевой модели // Железобетонные конструкции. 2026. Т. 13. № 1. С. 53–61.

**Аннотация.** В статье рассматривается задача локального разрушения железобетонной плиты при ударном воздействии тяжелого стального ударника, которая имеет важное значение при расчетном обосновании защитных сооружений, в том числе объектов атомной отрасли и конструкций специального назначения. Актуальность работы обусловлена необходимостью разработки вычислительно эффективных моделей, позволяющих учитывать особенности армирования железобетона при ударных воздействиях умеренной скорости. Целью исследования является разработка и обоснование смесевой математической модели железобетона, предназначенной для прогнозирования параметров проникания и характера локального разрушения преграды. В работе использован численный подход, основанный на представлении железобетона как гомогенной двухфазной среды, учитывающей совместную работу бетонной матрицы и арматуры. Калибровка модели выполнена по опубликованным экспериментальным данным для удара составного стального ударника массой около 330 кг со скоростью порядка 30 м/с по железобетонной плите. В результате расчетов получены кинематические параметры движения ударника, глубина внедрения и характер разрушения преграды. Показано, что предложенная модель позволяет удовлетворительно описывать процесс пробивания железобетонной плиты, воспроизводя основные особенности локального разрушения. Сделан вывод о перспективности применения смесового подхода для инженерной оценки ударной стойкости железобетонных конструкций.

**Николай Тихонович Югов**, доктор физико-математических наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; eLIBRARY SPIN-код: 2202-5232, Scopus: 6603503907, ResearcherID: N-9015-2014, E-mail: n.t.Yugov@mail.ru

**Николай Николаевич Белов**, доктор физико-математических наук, профессор, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; eLIBRARY SPIN-код: 7587-3884, Scopus: 7006178222, ResearcherID: N-8999-2014, E-mail: n.n.Belov@mail.ru

**Геннадий Павлович Тонких**, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 3954-1917, ORCID: 0000-0002-7888-8471, E-mail: 5059144@mail.ru

**Андрей Сергеевич Пляскин**, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой МидК, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; eLIBRARY SPIN-код: 8934-6918, Scopus: 56203778300, ResearcherID: W-8590-2019, ORCID: 0000-0003-2564-8834, E-mail: plyaskinandrei@mail.ru

**Анна Игоревна Бабарыкина**, ассистент кафедры МидК, Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; eLIBRARY SPIN-код: 4551-2002, Scopus: 58919320700, ResearcherID: JNS-4143-2023, ORCID: 0000-0002-0933-2496, E-mail: babarykina.anna.i@yandex.ru

© Югов Н.Т., Белов Н.Н., Тонких Г.П., Пляскин А.С., Бабарыкина А.И., 2026



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

# Mathematical Modeling of Reinforced Concrete Slab Failure under Impact Loading Based on a Mixture Model

N.T. Yugov<sup>1</sup>, N.N. Belov<sup>1</sup>, G.P. Tonkikh<sup>2</sup>, A.S. Plyaskin<sup>1</sup>, A.I. Babarykina<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation

\*babarykina.anna.i@yandex.ru

**Keywords:** reinforced concrete, impact loading, heavy steel projectile, penetration, local failure, mixture model, mathematical modeling, numerical simulation

## Article history

Received: 21.01.2026

Revised: 01.02.2026

Accepted: 07.02.2026

## For citation

Yugov N.T., Belov N.N., Tonkikh G.P., Plyaskin A.S., Babarykina A.I. Mathematical Modeling of Reinforced Concrete Slab Failure under Impact Loading Based on a Mixture Model. *Reinforced concrete structures*. 2026; 1(13):53-61.

**Abstract.** The paper considers the problem of local failure of a reinforced concrete slab subjected to impact by a heavy steel projectile. This problem is of practical importance in the design and safety assessment of protective structures, including facilities in the nuclear industry and other special-purpose structures. The relevance of the study is determined by the need for computationally efficient models capable of accounting for the influence of reinforcement on penetration parameters and damage patterns under moderate-velocity impact loading. The aim of the study is to develop and justify a mixture-based mathematical model of reinforced concrete for predicting local damage and penetration depth. A numerical approach is used in which reinforced concrete is represented as a homogeneous two-phase medium reflecting the combined action of the concrete matrix and reinforcing steel. The model is calibrated using published experimental data for the impact of a composite steel projectile with a mass of about 330 kg and a velocity of about 30 m/s on a reinforced concrete slab. The calculations made it possible to determine the kinematic parameters of projectile motion, penetration depth, and the main features of target failure. The results show that the proposed model reproduces the main characteristics of reinforced concrete slab perforation with satisfactory accuracy and can be used for engineering assessment of the impact resistance of reinforced concrete structures.

## ВВЕДЕНИЕ

Локальные повреждения железобетонных преград при ударе недеформируемым стальным ударником остаются одним из ключевых вопросов при проектировании защитных сооружений, сооружений в атомной отрасли, а также других конструкций специального назначения. Для описания данного процесса разработан широкий спектр моделей, включая эмпирические зависимости, аналитические решения и численные методы. Каждая из этих групп моделей обладает собственными преимуществами и ограничениями, связанными с уровнем физической детализации, требованиями к исходным данным и вычислительными затратами [1–5].

**Nikolay T. Yugov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2 Solyanaya Sq., Tomsk, 634003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 2202-5232, Scopus: 6603503907, ResearcherID: N-9015-2014, E-mail: n.t.Yugov@mail.ru

**Nikolay N. Belov**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Tomsk State University of Architecture and Building, 2 Solyanaya Sq., Tomsk, 634003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 7587-3884, Scopus: 7006178222, ResearcherID: N-8999-2014, E-mail: n.n.Belov@mail.ru

**Gennady P. Tonkikh**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 3954-1917, ORCID: 0000-0002-7888-8471, E-mail: 5059144@mail.ru

**Andrey S. Plyaskin**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Metal and Timber Structures, Tomsk State University of Architecture and Building, 2 Solyanaya Sq., Tomsk, 634003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 8934-6918, Scopus: 56203778300, ResearcherID: W-8590-2019, ORCID: 0000-0003-2564-8834, E-mail: plyaskinandrei@mail.ru

**Anna I. Babarykina**, Assistant of the Department of Metal and Timber Structures, Tomsk State University of Architecture and Building, 2 Solyanaya Sq., Tomsk, 634003, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 4551-2002, Scopus: 58919320700, ResearcherID: JNS-4143-2023, ORCID: 0000-0002-0933-2496, E-mail: babarykina.anna.i@yandex.ru

В общем случае глубина проникания определяется совокупностью факторов, включая скорость, массу и форму ударника, а также прочностные характеристики материала и конструктивные особенности преграды. Кроме того, процесс сопровождается рядом локальных эффектов, к которым относятся формирование кратера, трещинообразование, откол. Все это вносит существенный вклад в формирование методов расчета [5].

Современные экспериментальные программы показывают, что армирование бетона разносторонне влияет на процесс разрушения. Так, в работе [6] при проведении баллистического эксперимента на простых, армированных и предварительно напряженных бетонных плитах был сделан вывод о повышенной устойчивости армированных образцов к образованию трещин и снижению в них глубины проникания снаряда. При этом в качестве модели для сравнения результатов выступала эмпирическая формула американского армейского инженерного корпуса [2]. Аналогичные выводы о существенном влиянии армирования на характер повреждений и остаточную несущую способность конструкции содержатся и в более поздних исследованиях железобетонных плит при ударе [7].

A.N. Dancygier и соавторы испытали высокопрочные бетонные плиты, армированные стержнями периодического профиля с пределом текучести 400 МПа, при ударе недеформируемыми стальными ударниками [8]. В результате, как отмечено в статье, влияние на сопротивление образцов прониканию оказывало добавление фибры, тогда как армирование стержнями привело лишь к снижению размеров лицевого откола. Кроме того, исследование показывает большую погрешность при расчете глубины проникания снаряда в железобетон с помощью существующих эмпирических формул. Такой вывод согласуется с современными обзорными публикациями, в которых подчеркивается, что точность расчета существенно зависит от выбранной модели материала и от типа рассматриваемого разрушения [4].

Численные методы расчета являются основным инструментом для воспроизведения полной картины локального разрушения: формирования кратера, дробления, трещинообразования, выброса фрагментов, взаимодействия с арматурой и оценки остаточной скорости ударника. Однако надежность прогноза определяется выбором и калибровкой моделей бетона и стали [9–11].

Детализированное моделирование железобетона с явным учетом арматуры физически прозрачно, но в задачах проникания становится вычислительно тяжелым и требует учета большого количества переменных [12]. Это подтверждается и в современных численных исследованиях удара по обычным и армированным бетонным плитам, где точное описание поведения арматуры, контакта и повреждения материала требует сложной постановки и значительных вычислительных затрат [7, 5].

Используя для описания работы железобетона смесевой подход, а именно представляя слой арматуры как гомогенную двухфазную смесь материалов стали и бетона, удастся упростить модель расчета без потери достоверности результатов. Именно это направление выглядит перспективным для математического моделирования удара тяжелого стального ударника, поскольку позволяет:

- сохранить физическую связь с параметрами конструкции (коэффициент армирования, прочность бетона и стали, расположение слоев армирования);
- избежать полной дискретизации каждого стержня, сохраняя вычислительную приемлемость [5].

Несмотря на наличие обширных экспериментальных данных по пробиванию железобетонных плит разными типами ударников и развитых аналитических и численных подходов, в открытой литературе не встречаются работы, описывающие универсальную математическую модель по расчету железобетона на ударные воздействия с учетом особенностей армирования [4, 5, 7, 9–11].

Цель данной работы заключается в разработке и обосновании отечественной математической модели железобетона для прогнозирования локального повреждения и параметров проникания при ударе, а также ее верификации с использованием экспериментальных данных.

Намеченные задачи исследования:

- 1) сформулировать смесевое (гомогенизированное) описание железобетона, включающее вклад арматуры в эффективное сопротивление прониканию и в параметры локального разрушения;
- 2) реализовать расчетную схему и выполнить калибровку параметров модели по опубликованным экспериментальным данным;
- 3) применить разработанную смесевую модель к целевому сценарию удара стального ударника и сформировать рекомендации по использованию модели в параметрических расчетах и инженерной оценке рисков локального разрушения.

## МЕТОД

Проектирование промышленных объектов специального назначения требует оценить их способность выдерживать динамические нагрузки, включая высокоскоростные удары, наносимые объектами произвольной формы. Для этого широко используется компьютерное моделирование, позволяющее исследовать поведение конструкционных материалов в условиях динамического воздействия. Такой подход помогает определить ключевые требования к физико-механическим свойствам новых материалов, применяемых при строительстве зданий и сооружений.

Объединение подходов практического испытания и математического моделирования открывает возможности для глубокого анализа динамических процессов, более точного толкования экспериментальных данных и усовершенствования математических моделей. Это позволяет учесть реальные характеристики материалов и конструкций, делая прогнозы более достоверными.

Хрупкие материалы характеризуются наличием множества концентраторов напряжений, таких как поры, границы зерен и микротрещины. Именно в этих зонах начинается процесс разрушения даже при упругом деформировании. Микротрещины формируются под воздействием девиаторных напряжений при сжатии, что снижает сопротивление материала разрушению. Эта стадия включает формирование, рост и слияние микротрещин. До достижения критического состояния материал подчиняется модели линейно-упругой среды, а при дальнейшем повреждении, сопровождающемся фрагментацией, его поведение описывается в рамках моделей упругопластической среды. В процессе пластической деформации наблюдается развитие и смыкание пор, обусловленное внешними напряжениями [13–16].

Неоднородные пористые среды можно моделировать как композиционные материалы, состоящие из твердой матрицы и пор. При этом форма пор приближается к сферической, а их распределение по размерам подчиняется определенной функции, описывающей средний характерный размер  $a_0$ . Также предполагается, что материал в целом однороден, изотропен, а поры равномерно распределены во всех направлениях.

Удельный объем пористой среды  $V$  представляется в виде суммы удельного объема материала матрицы  $V_m$  и удельного объема пор  $V_p$ . Пористость материала характеризуется относительным объемом пустот  $\xi$  либо параметром  $\alpha = V/V_m$ , которые связаны зависимостью  $\alpha = 1/(1 - \xi)$ .

В качестве локального критерия сдвигового разрушения принимается предельная величина интенсивности пластических деформаций:

$$e_u^* = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — первый и второй инварианты тензора деформаций.

Расчет ведется как для пористой упругопластической среды, где до момента разрушения бетон считается линейным упругим телом, обладающим свойствами бетона.

В качестве условия прочности используется следующий критерий (1) [17]:

$$3J_2 = [AI_1 + B] \left\{ 1 - (1 - C) \left[ 1 - \frac{J_3}{2} \left( \frac{J_2}{3} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right\}, \quad (1)$$

где  $I_1, J_2, J_3$  — первый инвариант тензора напряжений, второй и третий инварианты девиатора тензора напряжений соответственно.

$$A = R_c - R_p; \quad B = R_c \cdot R_p; \quad C = \frac{3T_c^2}{R_c R_p},$$

где  $R_c, R_p, T_c$  — пределы прочности при одноосном сжатии, растяжении и сдвиге.

После выполнения критерия (1) считается, что материал начал разрушаться и поврежден трещинами. На данном этапе расчет ведется в рамках модели пористой упругопластической среды.

Для поврежденного материала предел текучести зависит от давления и определяется по формуле (2):

$$\sigma_s = \sigma_{\min} + \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})k \cdot p}{(\sigma_{\min} - \sigma_{\max}) + k \cdot p}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, k$  — константы материала;  $p$  — давление.

При расчете железобетонных плит слой бетона с арматурой заменяется упругопластической средой, представляющей собой гомогенную двухфазовую смесь материалов — стали и бетона.

Уравнение состояния железобетона (смеси) имеет вид (3):

$$p_m = \frac{\rho_{0жб} c_{0с}^2 (1 - \gamma_s \eta) \eta}{(1 - q_{0s} \eta)^2} + \gamma_s \rho_{0жб} \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\eta = (1 + \rho_{0жб} V)$ ;  $V$  — удельный объем смеси;  $\gamma_s$  — коэффициент Грюнайзена;  $q_{0s}$  и  $c_{0с}$  — коэффициенты линейной зависимости скорости ударной волны в смеси от массовой скорости, определяются через ударные адиабаты компонентов смеси.

Разработанная модель поведения сложной структуры в условиях ударно-волнового нагружения лежит в основе комплекса программ ЭВМ «РАНЕТ-3», предназначенных для решения задач удара, взрыва и воздействия мощных потоков излучения на вещество в полной трехмерной постановке [18, 19].

В работе [13] представлены результаты экспериментальных исследований взаимодействия стального ударника высотой 1,016 м и массой 334 кг с железобетонными плитами. Ударник представляет собой конструкцию из двух стальных цилиндров диаметром 26 и 11 см и высотой 60 и 41,6 см соответственно. В качестве преград использовались железобетонные плиты размером 150 × 150 см различной толщины. Арматурные сетки с размером ячеек 8 × 8 см изготовлены из стальных стержней периодического профиля диаметром 10 мм и длиной 150 см. Толщина железобетонных плит варьировалась от 20 до 40 см, количество арматурных сеток составляло от 3 до 8.

При испытаниях бетонной плиты толщиной 20 см, армированной 4 слоями арматурной сетки со скоростью 28,5 м/с, ударник полностью пробивает плиту, а в месте удара остается аккуратное круглое отверстие. Более крупный цилиндр ударился о бетон и ударник

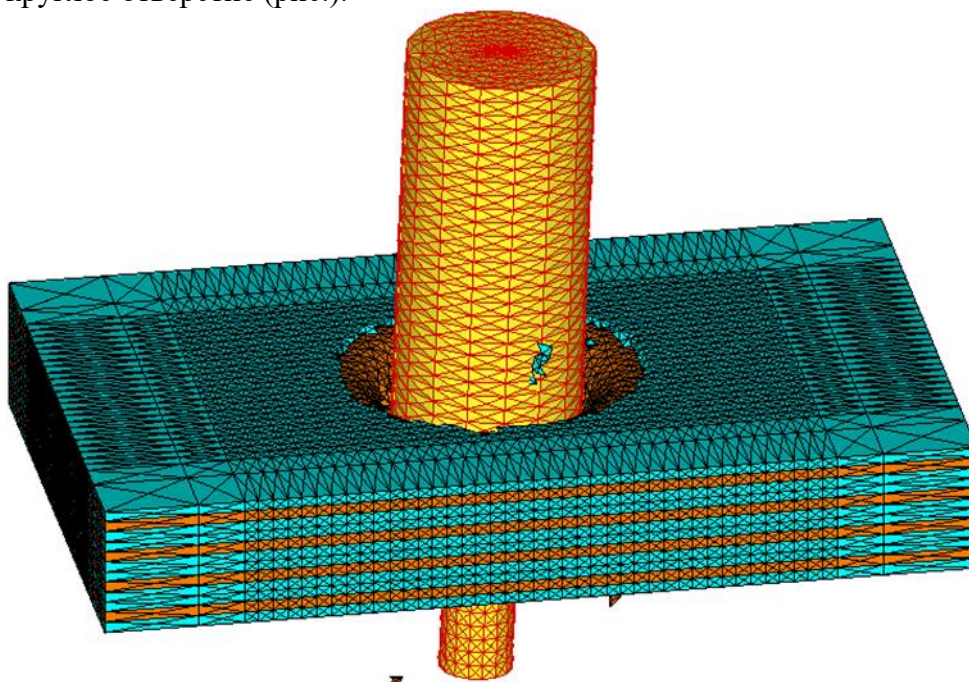
остановился. На тыльной поверхности нижняя арматурная сетка деформирована и частично разрушена.

В рамках изложенных выше моделей поведения материалов ударника и мишени проведем расчет ударного взаимодействия снаряда с железобетонной плитой 20 см, армированной четырьмя арматурными сетками.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенное численное моделирование позволяет проследить последовательность стадий взаимодействия ударника с железобетонной преградой и сопоставить их с характерными механизмами разрушения, наблюдаемыми в эксперименте.

В процессе расчета уже на начальном этапе взаимодействия наблюдается заметное снижение скорости центра масс, что связано с разрушением бетонной матрицы и вовлечением арматурной сетки в работу. Происходит локальное разрушение бетонной матрицы в зоне контакта и внедрение ударника в преграду с одновременным прогибом арматурных сеток. В мишени формируется круглое отверстие (рис.).



Картина пробития железобетонной плиты составным стальным ударником  
в момент времени 30 мкс  
Perforation of the reinforced concrete slab by a composite steel projectile at  $t = 30 \mu\text{s}$

К этому моменту ударник проходит расстояние порядка 49,5 см, при этом более массивная часть ударника диаметром 26 см останавливается после дополнительного внедрения на глубину около 7,9 см.

Сопоставление результатов моделирования с экспериментальными данными показывает качественное совпадение. В частности, расчет корректно воспроизводит факт пробивания плиты при заданных параметрах удара, а также характер снижения скорости ударника и его частичную остановку после взаимодействия с преградой.

В результате ударного взаимодействия в железобетонной плите формируется характерная картина локального разрушения. На лицевой поверхности образуется зона кратера с разрушенной бетонной матрицей, соответствующая области непосредственного контакта с ударником.

По мере продвижения ударника формируется канал проникания, имеющий близкую к цилиндрической форму и ограниченный зоной интенсивного дробления материала.

Арматурные сетки в процессе взаимодействия последовательно деформируются и частично разрушаются. На тыльной поверхности развивается зона откола, обусловленная отражением волн напряжений и развитием растягивающих напряжений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе разработана математическая модель взаимодействия тяжелого стального ударника с железобетонной преградой, основанная на смесевом (гомогенизированном) представлении железобетона как двухфазной среды.

Проведенные расчеты показали, что предложенный подход позволяет воспроизводить основные стадии процесса проникания, включая локальное разрушение бетонной матрицы, последовательное разрушение армирующих слоев, формирование сквозного отверстия и развитие тыльного откола. Полученные результаты находятся в качественном согласии с опубликованными экспериментальными данными как по характеру разрушения, так и по кинематике движения ударника.

Показано, что использование смесового подхода обеспечивает приемлемый баланс между физической обоснованностью и вычислительной эффективностью модели, позволяя отказаться от явного моделирования арматурных элементов без существенной потери точности в описании интегральных характеристик процесса проникания.

Полученные результаты подтверждают перспективность применения смесевых моделей железобетона для задач ударного нагружения в диапазоне умеренных скоростей. В дальнейшем целесообразно развитие модели в направлении учета анизотропии армирования, а также уточнения законов разрушения и разупрочнения материала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Young C.W.* Penetration equations. Albuquerque : Sandia National Laboratories, 1997. DOI: 10.2172/562498
2. *Пляскин А.С., Бабарыкина А.И.* Анализ эмпирических закономерностей ударного взаимодействия снаряда с преградой // Современные тенденции развития науки и мирового сообщества в эпоху цифровизации : сб. мат. X Междунар. науч.-практ. конф. ГОРОД, 2022. С. 364–371. DOI: 10.34755/IROK.2022.49.63.053
3. *Kennedy R.P.* A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effects // Nuclear Engineering and Design. 1976. Vol. 37. No. 2. Pp. 183–203. DOI: 10.1016/0029-5493(76)90015-7
4. *Minhas A., Seema S.* Reinforced concrete slab under projectile impact : a review // Materials Today : Proceedings. 2023. Vol. 93. Part 3. Pp. 475–479. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.08.116
5. *Ali I., Long X.* Penetration resistance of reinforced concrete slab subjected to rigid projectile impact based on finite element and analytical models // Construction and Building Materials. 2025. Vol. 473. No. 140828. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2025.140828
6. *Kamran, Iqbal M.A.* The ballistic evaluation of plain, reinforced and reinforced-prestressed concrete // Thin-Walled Structures. 2022. Vol. 179. No. 109707. DOI: 10.1016/j.tws.2022.109707
7. *Jacobsen Ø.E.K., Kristoffersen M., Dey S., Børvik T.* Projectile impact on plain and reinforced concrete slabs // Journal of Dynamic Behavior of Materials. 2024. Vol. 10. Pp. 137–159. DOI: 10.1007/s40870-023-00379-6
8. *Dancygier A.N., Yankelovsky D.Z., Jaegermann C.* Response of high performance concrete plates to impact of non-deforming projectiles // International Journal of Impact Engineering. 2007. Vol. 34. No. 11. Pp. 1768–1779. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.094
9. *Saini D., Oppong K., Shafei B.* Investigation of concrete constitutive models for ultra-high performance fiber-reinforced concrete under low-velocity impact // International Journal of Impact Engineering. 2021. Vol. 157. No. 103969. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2021.103969

10. Xu L.-Y., Cai F., Xue Y.-Y., Takahashi C., Li Y.-Y. Numerical analyses of local damage of concrete slabs by normal impact of deformable solid projectiles // *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2019. Vol. 23. No. 12. Pp. 5121–5132. DOI: 10.1007/s12205-019-1281-x
11. Samadzad A., Whelan M., Cathey S., Braxtan N., Chen S. Investigation of concrete constitutive models for predicting the response, damage, and residual capacity of reinforced concrete beams subject to low velocity impact // *International Journal of Impact Engineering*. 2025. Vol. 202. No. 105310. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2025.105310
12. Orbovic N., Sagals G., Blahoiianu A. Influence of transverse reinforcement on perforation resistance of reinforced concrete slabs under hard missile impact // *Nuclear Engineering and Design*. 2015. Vol. 295. Pp. 716–729. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2015.06.007
13. Белов Н.Н. Динамика высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений. Томск : Изд-во «СТТ» Нортхэмптон, 2005.
14. Белов Н.Н. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки. Томск : Изд-во «СТТ» Нортхэмптон, 2004.
15. Белов Н.Н. Расчетно-экспериментальный метод динамической прочности элементов железобетонных конструкций. Томск : Изд-во «СТТ» Нортхэмптон, 2008.
16. Белов Н.Н. Анализ динамической прочности строительных конструкций на взрывные и ударные нагрузки расчетно-экспериментальным методом. Томск : Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2021.
17. Генуев Г.А. К вопросу обобщения теории прочности бетона // *Бетон и железобетон*. 1965. № 2. С. 16–29.
18. Югов Н.Т., Белов Н.Н., Югов А.А. Расчет адиабатических нестационарных течений в трехмерной постановке (РАНЕТ-3) // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2010611042. М., 2010.
19. Belov N.N., Yugov N.T. Numerical study of the high-speed impact of a steel projectile on a concrete target // *International Journal of Impact Engineering*. 2024. Vol. 67. Pp. 267–272.
20. Barr P. et al. Study of the perforation of reinforced concrete slabs by rigid missiles. Part 1: General introduction and experimental study // *Nuclear Engineering and Design*. 1977. Vol. 41. Pp. 91–102.

## REFERENCES

1. Young C.W. *Penetration equations*. Albuquerque, Sandia National Laboratories, 1997. DOI: 10.2172/562498
2. Plyaskin A.S., Babarykina A.I. Analysis of empirical regularities of projectile-target impact interaction. *Current trends in the development of science and the world community in the era of digitalization : Proceedings of the X International scientific and practical conference*. ГОРОД, 2022; 364-371. DOI: 10.34755/IROK.2022.49.63.053 (in Russian).
3. Kennedy R.P. A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effects. *Nuclear Engineering and Design*. 1976; 37(2):183-203. DOI: 10.1016/0029-5493(76)90015-7
4. Minhas A., Seema S. Reinforced concrete slab under projectile impact : a review. *Materials Today : Proceedings*. 2023; 93(3):475-479. DOI: 10.1016/j.matpr.2023.08.116
5. Ali I., Long X. Penetration resistance of reinforced concrete slab subjected to rigid projectile impact based on finite element and analytical models. *Construction and Building Materials*. 2025; 473:140828. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2025.140828
6. Kamran, Iqbal M.A. The ballistic evaluation of plain, reinforced and reinforced-prestressed concrete. *Thin-Walled Structures*. 2022; 179:109707. DOI: 10.1016/j.tws.2022.109707
7. Jacobsen Ø.E.K., Kristoffersen M., Dey S., Børvik T. Projectile impact on plain and reinforced concrete slabs. *Journal of Dynamic Behavior of Materials*. 2024; 10:137-159. DOI: 10.1007/s40870-023-00379-6
8. Dancygier A.N., Yankelevsky D.Z., Jaegermann C. Response of high performance concrete plates to impact of non-deforming projectiles. *International Journal of Impact Engineering*. 2007; 34(11):1768-1779. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.094
9. Saini D., Oppong K., Shafei B. Investigation of concrete constitutive models for ultra-high performance fiber-reinforced concrete under low-velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*. 2021; 157:103969. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2021.103969
10. Xu L.-Y., Cai F., Xue Y.-Y., Takahashi C., Li Y.-Y. Numerical analyses of local damage of concrete slabs by normal impact of deformable solid projectiles. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2019; 23(12):5121-5132. DOI: 10.1007/s12205-019-1281-x
11. Samadzad A., Whelan M., Cathey S., Braxtan N., Chen S. Investigation of concrete constitutive models for predicting the response, damage, and residual capacity of reinforced concrete beams subject to low velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*. 2025; 202:105310. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2025.105310

12. Orbovic N., Sagals G., Blahoianu A. Influence of transverse reinforcement on perforation resistance of reinforced concrete slabs under hard missile impact. *Nuclear Engineering and Design*. 2015; 295:716-729. DOI: 10.1016/j.nuceng-des.2015.06.007
13. Belov N.N. *Dynamics of high-speed impact and accompanying physical phenomena*. Tomsk, STT Northampton Publ., 2005. (in Russian).
14. Belov N.N., Kopanitsa D.G., Kumpyak O.G., Yugov N.T. *Calculation of reinforced concrete structures under explosive and impact loads*. Tomsk, STT Northampton Publ., 2004. (in Russian).
15. Belov N.N. *Computational and experimental method of dynamic strength of reinforced concrete structural elements*. Tomsk, STT Northampton Publ., 2008. (in Russian).
16. Belov N.N. *Analysis of dynamic strength of building structures under explosive and impact loads by the computational and experimental method*. Tomsk, Tomsk State University of Architecture and Building Publ., 2021. (in Russian).
17. Geniev G.A., Kissyuk V.N. On the generalization of the concrete strength theory. *Beton i zhelezobeton*. 1965; 2:16-29. (in Russian).
18. Yugov N.T., Belov N.N., Yugov A.A. Calculation of adiabatic non-stationary flows in a three-dimensional formulation (RANET-3). *Certificate of state registration of computer program No. 2010611042*. Moscow, 2010. (in Russian).
19. Belov N.N., Yugov N.T. Numerical study of the high-speed impact of a steel projectile on a concrete target. *International Journal of Impact Engineering*. 2024; 67:267-272.
20. Barr P. et al Study of the perforation of reinforced concrete slabs by rigid missiles. Part 1: General introduction and experimental study. *Nuclear Engineering and Design*. 1977; 41:91-102.