

g-b-k.ru

ISSN 2949-1614 (Online)
ISSN 2949-1622 (Print)

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Научно-технический журнал



REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Scientific and Technical

Journal

2/10 /2025

Железобетонные конструкции

2025 Том 10 № 2

Научно-технический журнал

Издается с 2023 г.+++

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС 77 – 83679 от 26 июля 2022 г.

выдано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране наследия

Учредитель: Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»

Периодичность: 4 выпуска в год.

Языки: русский, английский.

Научно-технический журнал «Железобетонные конструкции» знакомит читателей с актуальными проблемами и исследованиями в области создания и совершенствования рациональных типов железобетонных конструкций, методов их расчета, а также эксплуатации и конструкционной безопасности.

Девиз научно-технического журнала «Железобетонные конструкции»: «Живучесть без компромиссов!»

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Тамразян А.Г., член-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

Акимов П.А., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ректор НИУ МГСУ, Москва, Россия

Тер-Мартirosян А.З., д-р техн. наук, профессор, НИУ МГСУ, Москва, Россия

Дадаян Т.Л., д-р техн. наук, профессор, НУАСА, Ереван, Армения

Дуйнхэржав Я., д-р техн. наук, проф., Университет науки и технологий, Улан-Батор, Монголия

Ерофеев В.Т., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Кабанцев О.В., д-р техн. наук, профессор, НИУ МГСУ, Москва, Россия

Каприелов С.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИЖБ А.А. Гвоздева, Москва, Россия

Карпенко Н.И., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИСФ РААСН, Москва, Россия

Келасьеv Н.Г., канд. техн. наук, АО «ЦНИИПромзданий», Москва, Россия

Колчунов В.И., академик РААСН, д-р техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Крылов С.Б., академик РААСН, д-р техн. наук, проф., НИИЖБ А.А. Гвоздева, Москва, Россия

Люблинский В.А., канд. техн. наук, проф., НИУ МГСУ, Москва, Россия

Маилян Л.Р., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., ДГТУ, Ростов-на-Дону, Россия

Меркулов С.И., член-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., КГУ, Курск, Россия

Морозов В.И., член-корр. РААСН, д-р техн. наук, проф., СПбГАСУ, Санкт-Петербург, Россия

Селяев В.П., акад. РААСН, д-р техн. наук, проф., МГУ им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

Смоляго Г.А., д-р техн. наук, проф., БГТУ им. В.Г. Шухова

Травуш В.И., академик РААСН, д-р техн. наук, профессор, ЗАО «Горпроект», Москва, Россия

Федоров В.С., акад. РААСН, д-р техн. наук, профессор, РУТ (МИИТ), Москва, Россия

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Савин С.Ю., канд. техн. наук, доцент, НИУ МГСУ, Москва, Россия

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРИЯ БЕТОНА И ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

- Тамразян А.Г.* Горизонтальное динамическое воздействие по нижней части колонны с учетом совместной работы с элементом сооружения 3
- Савин С.Ю., Ильющенко Т.А.* Сопротивление железобетонных изгибаемых элементов с соединением арматуры внахлест при динамическом нагружении 17
- Хематибахар М., Банджара Н.К., Харун М.* Несущая способность железобетонных балок из высокопрочного бетона с продольной арматурой из стали St 37 и дамасской стали 30

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

- Нещадимов В.А.* Обобщенная теория балки Эйлера – Бернулли с возвратным потенциалом 41

ПРОЕКТИРОВАНИЕ

- Бузало Н.А., Филилеев А.А., Сильванович А.А.* Напряженно деформированное состояние подкрановых конструкций, получивших повреждения при эксплуатации 58

Редактор Савин С.Ю.

Дизайн обложки: Тамразян Г.А.

Компьютерная верстка: Домарова Е.В.

Адрес редакции:

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
Российская Федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел. +7 (495) 287-49-14, доб. 3036; e-mail: em@gbk-journal.ru

Подписано в печать 23.06.2025. Выход в свет 25.06.2025. Формат 70×108/16
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 6,04. Тираж 120 экз. Заказ № 247. Цена свободная.
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»
Отпечатано в типографии Издательства МИСИ – МГСУ
Российская федерация, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26, корп. 8. Тел.: (499) 183-91-44, 183-67-92, 183-91-90.

Reinforced Concrete Structures*Zhelezobetonnyye konstruktсии***2025 Vol. 10 Issue 2**Scientific and Technical Journal
Published since 2023

Moscow State University of Civil Engineering

Media Registration Certificate of the Printed Edition No. FS 77 – 83679 dated 26 July 2022

Issued by the Federal Service for Supervision of Compliance with Legislation in the Field of Mass Communications and Heritage Protection

Published 4 issues per year.

Languages: Russian, English.

Scientific and technical journal “*Reinforced Concrete Structures*” introduces readers to current issues and research in the development and improvement of rational types of reinforced concrete structures, methods of their calculation, as well as operation and structural safety.**The motto of the scientific and technical journal “*Reinforced Concrete Structures*” (*Zhelezobetonnyye konstruktсии*):****“Vulnerability without compromise!”****EDITORIAL BOARD****EDITOR-IN-CHIEF***Ashot G. Tamrazyan*, corresponding member of RAACS, DSc, Prof., NRU MGSU, Moscow, Russia**MEMBERS OF EDITORIAL BOARD:***Pavel A. Akimov*, full member of RAACS, DSc, Prof., Rector of NRU MGSU, Moscow, Russia*Armen Z. Ter-Martirosyan*, DSc, Prof., NRU MGSU, Moscow, Russia*Dadayan T.L.*, DSc, Prof., NUASA, Yerevan, Armenia*Duinherzhav Ya.*, DSc., Prof., University of Science and Technology, Ulaanbaatar, Mongolia*Erofeev V.T.*, full member of RAACS, DSc, Prof., NRU MGSU, Moscow, Russia*Oleg V. Kabantsev*, DSc., Prof., NRU MGSU, Moscow, Russia*Semen S. Kaprielov*, full member of RAACS, DSc., Prof., NIIZhB A.A. Gvozdev, Moscow, Russia*Nikolay I. Karpenko*, full member of RAACS, DSc, Prof., NIISF RAACS, Moscow, Russia*Nikolay G. Kelasiev*, Ph.D., JSC “TsNIIPromzdaniy”, Moscow, Russia*Vitaly I. Kolchunov*, full member of RAACS, DSc, Prof., NRU MGSU, Moscow, Russia*Sergey B. Krylov*, full member of RAACS, DSc., Prof., NIIZhB A.A. Gvozdev, Moscow, Russia*Valeriy A. Lyublinsky*, Ph.D. tech. Sciences, Prof., NRU MGSU, Moscow, Russia*Levon R. Mailyan*, full member of RAACS, DSc., Prof., DSTU, Rostov-on-Don, Russia*Sergey I. Merkulov*, corresponding member of RAACS, DSc., Prof., KSU, Kursk, Russia*Valeriy I. Morozov*, corresponding member of RAACS, DSc., Prof., SPbGASU, St. Petersburg, Russia*Vladimir P. Selyaev*, full member of RAACS, DSc, Prof., Mordovia State University named after N.P. Ogareva, Saransk, Russia*Gennadiy A. Smolyago*, DSc., Prof., BSTU named after V.G. Shukhov*Vladimir I. Travush*, full member of RAACS, DSc, Prof., CJSC “Gorproekt”, Moscow, Russia*Victor S. Fedorov*, full member of RAACS, DSc., Prof., RUT (MIIT), Moscow, Russia**MANAGING EDITOR***Sergey Yu. Savin*, Ph.D., associate prof., NRU MGSU, Moscow, Russia**CONTENTS****THEORY OF CONCRETE AND REINFORCED CONCRETE**

<i>Tamrazyan A.G.</i> Horizontal Dynamic Impact at the Bottom of the Column with Regard to the Joint Operation with the Structural Element	3
<i>Savin S.Yu., Iliushchenko T.A.</i> Resistance of Reinforced Concrete Flexural Members with Overlap Reinforcement Coupling under Accidental Action	17
<i>Hematibahar M., Banjara N.K., Kharun M.</i> Comparative Study of High-Performance Concrete Beams Reinforced with St 37 Rebar and Damascus Steel Rebar	30

COMPUTER MODELLING IN CONSTRUCTION

<i>Neshchadimov V.A.</i> Generalized Euler – Bernoulli Beam Theory with Return Potential	41
------------------------------------------------------------------------------------------------	----

STRUCTURAL DESIGN

<i>Buzalo N.A., Filileev A.A., Silvanovich A.A.</i> The stress-strain state of crane structures damaged during operation	58
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

Copy Editor: Sergei Yu. Savin**Cover Design:** George A. Tamrazyan**Layout Designer:** Ekaterina V. Domarova**Editorial Address:**

Moscow State University of Civil Engineering

26 Yaroslavskoe highway, Moscow, 129337, Russian Federation, tel.: +7 (495) 287-49-14, additional 3036; e-mail: em@gbk-journal.ru
Printing run 120 copies. Open price.

Moscow State University of Civil Engineering

26 Yaroslavskoe highway, Moscow, 129337, Russian Federation, tel.: +7 (495) 287-49-14, additional 3036; e-mail: em@gbk-journal.ru

Printed at Publishing House MISI – MGSU

Building 8, 26 Yaroslavskoe highway, Moscow, Russian Federation, 129337, tel. (499) 183-91-44, 183-67-92, 183-91-90.



УДК 624.075

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.2.3-16

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Горизонтальное динамическое воздействие по нижней части колонны с учетом совместной работы с элементом сооружения

А.Г. Тамразян^{1*}

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Российская Федерация

* tamrazian@mail.ru

Ключевые слова: колонна, динамическое воздействие, аварийные удары, контактная зона, ударник, количество движения, угол поворота, смещение опоры

История статьи

Поступила в редакцию: 02.04.2025

Доработана: 22.04.2025

Принята к публикации: 27.04.2025

Для цитирования

Тамразян А.Г. Горизонтальное динамическое воздействие по нижней части колонны с учетом совместной работы с элементом сооружения // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 3–16.

Аннотация. Реакция сооружения и совместная работа элементов будет зависеть не только от вида удара, но и конструктивной схемы здания. Рассматривается последовательно расчет поперечной рамы одноэтажного промышленного здания, многоэтажной рамы здания со связевым каркасом при наезде транспортного средства, а также при выходе из строя наружной и внутренней колонны этого здания и здания с неполным каркасом при ударе артиллерийского снаряда. Вначале проводится анализ совместной работы элементов одноэтажного промышленного здания со сплошными железобетонными колоннами, перекрытого железобетонами балками, по которым уложены ребристые сборные плиты покрытия. Плиты образуют жесткий диск покрытия в горизонтальной плоскости, однако, как предполагается, не оказывают сопротивления вертикальным перемещениям отдельных балок при выходе из строя одной из их опорных колонн.

Horizontal Dynamic Impact at the Bottom of the Column with Regard to the Joint Operation with the Structural Element

А.Г. Тамразян^{1*}

¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation

* tamrazian@mail.ru

Keywords: column, dynamic impact, emergency impacts, contact zone, impactor, amount of motion, angle of rotation, support displacement

Article history

Received: 02.04.2025

Revised: 22.04.2025

Accepted: 27.04.2025

Abstract. The response of the structure and the joint operation of the elements will depend not only on the type of impact, but also on the structural design of the building. The calculation of the transverse frame of a single-storey industrial building, a multi-storey frame of a building with a ligament frame in the event of a vehicle collision, as well as the failure of the outer and inner columns of this building and a building with an incomplete frame in the event of an artillery shell impact is considered sequentially.

Аиот Георгиевич Тамразян, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 2636-2447, Scopus: 55975413900, ResearcherID: T-1253-2017, ORCID: 0000-0003-0569-4788, E-mail: Tamrazian@mail.ru

© Тамразян А.Г., 2025

**For citation**

Tamrazyan A.G. Horizontal Dynamic Impact at the Bottom of the Column with Regard to the Joint Operation with the Structural Element. *Reinforced concrete structures*. 2025; 2(10):3-16.

At first, we analyze the joint operation of the elements of a one-story industrial building with solid reinforced concrete columns, covered with reinforced concrete beams, on which are laid ribbed prefabricated floor slabs. The slabs form a rigid covering disk in the horizontal plane, but, as it is supposed, do not resist vertical displacements of individual beams in case of failure of one of their supporting columns

ВВЕДЕНИЕ

В железобетонных каркасных зданиях горизонтальным ударам могут подвергаться колонны при наездах транспорта (гаражи, одноэтажные, многоэтажные промышленные здания — автомобили, напольный транспорт, погрузчики, танки при ЧС и другое), а также при ударах снарядов в результате террористических действий или ЧС социально-политического, военного характера.

Поскольку аварийные удары действуют на конструкцию обычно однократно, а вероятность их мала, экономически нецелесообразно требовать, чтобы конструкция в результате аварийного интенсивного удара не получила бы никаких остаточных деформаций, поскольку это потребовало бы значительного дополнительного расхода бетона и арматуры. Важно лишь, чтобы она не обрушилась и не повлекла обрушения других конструктивных элементов и здания в целом. Таким образом, в конструкциях, воспринимающих рассматриваемые нагрузки, целесообразно допускать значительные пластические деформации и местные повреждения. В дальнейшем такая конструкция может быть усилена или заменена.

Практический интерес представляют данные по влиянию скорости деформации на prizmenную прочность, предельные деформации укорочения и модуль упругости бетона, поскольку указанные характеристики прямо или косвенно учитываются при динамическом расчете железобетонных конструкций [1–9].

МЕТОД

Рассмотрим удар транспортного средства. Экспериментальное исследование ударов нижней части колонны было выполнено в [10], а также предложен подход к расчету колонн, учитывающий их деформирование только как отдельных элементов. Предполагая, что характер локального деформирования колонны в случае учета совместной работы измениться не должен, используем аналогичный подход в рассматриваемой задаче. Поведение колонны разбиваем на стадии в соответствии с наблюдаемым в опытах: до образования наклонных трещин — стадия 1, после образования трещин до разрушения (раздробления) бетона наклонной сжатой полосы первого пластического шарнира между трещинами — стадия 2.

Стадия 1. Колонна рассматривается как упругий элемент. Стадия 1 заканчивается в момент времени t_1 как с позиций общего, так и местного действия удара.

Местное действие удара (контактный закон) определяется зависимостью [11]:

$$F = k_1 \alpha, \quad (1)$$

где F — контактная сила; k_1 — коэффициент, характеризующий жесткость контактной зоны, принимаемый согласно [10]; α — внедрение индентора в конструкцию.

Динамическую изгибную и сдвиговую жесткость сечения колонны представим в виде:

$$B_0 = E_b J_{red}, \quad (2)$$

$$D_0 = G_b A_{red}, \quad (3)$$

где E_b и G_b — начальный модуль упругости бетона и его модуль сдвига; J_{red} и A_{red} — приведенные момент инерции и площадь сечения колонны, определяемые согласно СП [12].

Будем рассматривать прогиб колонны как сумму прогибов от изгиба y_1 и взаимного сдвига сечений y_2 :

$$y = y_1 + y_2. \quad (4)$$

Такое представление позволяет в рамках приведенных ниже энергетических соотношений получить решение, близкое к решению [13], т.е. учесть волновые эффекты, что имеет значение для начальной стадии работы конструкции. Прогибы y_1 и y_2 будем искать в виде:

$$y_1 = \sum_n \bar{T}_n X_n(x); \quad y_2 = \sum_n \bar{\bar{T}}_n X_n(x), \quad (5)$$

где X_n — n -я форма собственных колебаний конструкций, удовлетворяющая заданным граничным условиям; \bar{T}_n и $\bar{\bar{T}}_n$ — соответствующие n -й форме искомые функции времени.

Для получения уравнений движения используем уравнения Лагранжа 2-го рода.

Составим входящие в уравнения Лагранжа выражения для кинетической, потенциальной энергии и работы внешней нагрузки.

Кинетическая энергия:

$$K = \frac{m_k}{2} \int_0^l \left[\frac{d(y_1 + y_2)}{dt} \right]^2 + \frac{m_k I_{red}}{2 A_{red}} \int_0^l \left[\frac{d}{dt} \frac{dy_1}{dx} \right]^2 dx + \frac{M_s}{2} [\dot{y}_1(\bar{x}, t) + \dot{y}_2(\bar{x}, t) + \dot{\alpha}]^2, \quad (6)$$

где m_k — погонная масса колонны; I_{red} и A_{red} — приведенные площадь и момент инерции поперечного сечения колонны, определяемые, как и в (2), (3).

Первое слагаемое в формуле (6) учитывает инерцию поступательного движения, второе — инерцию вращения элементов колонны, третье представляет кинетическую энергию ударника, затраченную на перемещение его на расстояние $y + \alpha$.

Потенциальная энергия:

$$U = \frac{1}{2B_0} \int_0^{\bar{x}+a} M^2 dx + \frac{1}{2\bar{B}_0} \int_{\bar{x}-a}^{\bar{x}+a} M^2 dx + \frac{1}{2B_0} \int_{\bar{x}+a}^l M^2 dx + \frac{k}{2D_0} \int_0^{\bar{x}+a} Q^2 dx + \frac{k}{2\bar{D}_0} \int_{\bar{x}-a}^{\bar{x}+a} Q^2 dx + \frac{k}{2D_0} \int_{\bar{x}+a}^l Q^2 dx + \frac{k_1 \alpha}{2}, \quad (7)$$

где x — координата сечения колонны, через которое проходит ось площадки контакта (ось удара); a — половина длины площадки контакта; B_0 и D_0 — изгибная, сдвиговая жесткости сечения колонны под площадкой контакта, определяемые по рабочей высоте сечения за вычетом внедрения α ; k — коэффициент, учитывающий форму поперечного сечения, для прямоугольного сечения $k = 1, 2$.

Последнее слагаемое в формуле (7) учитывает энергию деформирования контактной зоны.

Входящие в формулу (7) изгибающие моменты M и поперечные силы Q для сечений под площадкой контакта и вне ее определяются по формулам:

$$M = -\bar{B}_0 \frac{d^2 y_1}{dx^2}; M = -B_0 \frac{d^2 y_1}{dx^2}. \quad (8)$$

$$Q = \frac{K}{\bar{D}_0} \frac{d^3 y_2}{dx^3}; Q = \frac{K}{D_0} \frac{d^3 y_2}{dx^3}. \quad (9)$$

Расчеты показывают, что малые прогибы колонны в стадии 1 вызывают очень малые смещения верхнего конца колонны, при которых колебания стропильной конструкции практически не возбуждаются. Это дает основание рассматривать влияние вышерасположенных конструкций как статическую нагрузку N . Работа этой нагрузки на перемещениях колонны:

$$W = \frac{N}{2} \int_0^l \left(\frac{d y_1}{dx} \right)^2 dx. \quad (10)$$

Подставляя (6), (7) и (10) в уравнения Лагранжа, получим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dK}{dT_n} \right) - \frac{dK}{dT_n} - \frac{dU}{dT_n} = \frac{dW}{dT_n}. \quad (11)$$

Смещение опоры стропильной конструкции вызывает дополнительную динамическую реакцию, которая в первый момент не только разгружает колонну, но затем догружает ее, причем уровень дополнительной продольной силы составляет до 15 % от N_{sr} . В дальнейшем возможны существенные разгрузки (до 11 %). Это свидетельствует о том, что необходимо определять расчетные динамические параметры колонны в предположении совместной работы ее с покрытием (рис. 1).

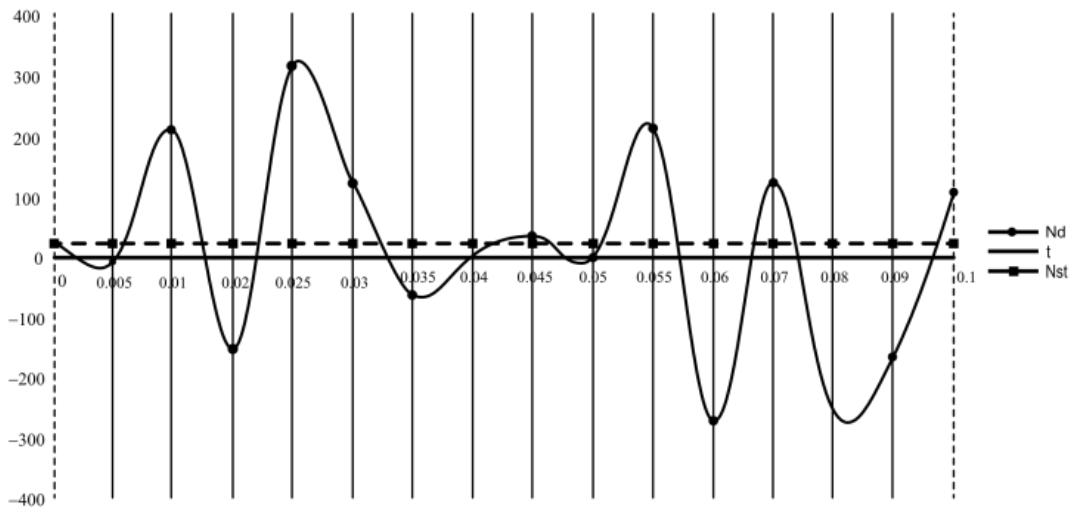


Рис. 1. Зависимость между продольными силами: статической и дополнительной динамической
Fig. 1. Relationship between longitudinal forces: static and additional dynamic forces

Легко получить систему линейных дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат, которыми в данном случае являются функции \bar{T}_n и $\bar{\bar{T}}_n$. Поскольку жесткости

\bar{B}_0 и \bar{D}_0 являются функциями $\alpha(t)$, потенциальная энергия является функцией времени, полученная система имеет переменные коэффициенты.

Однако в пособии [10] указывалось, что даже в наиболее неблагоприятном случае низкоскоростного удара клиновидным индентором проникание сравнительно невелико и не может существенно повлиять на изменение потенциальной энергии. Пренебрегая, таким образом, снижением жесткости колонны на участке контакта, получим вместо формулы (7):

$$U = \frac{B_0}{2} \int_0^l \left[\frac{d^2 y_1}{dx^2} \right]^2 dx + \frac{D_0}{2K} \int_0^l \left[\frac{dy_2}{dx} \right]^2 dx + \frac{k_1}{2}. \quad (12)$$

Система уравнений движения (с постоянными коэффициентами), таким образом, будет:

$$\begin{cases} \|\beta\|(\ddot{T}) + \|\sigma\|(\ddot{\bar{T}}) + \|\xi\|(\bar{T}) + \|\eta\|(\bar{\bar{T}}) + (\Delta)\ddot{\alpha} = 0; \\ \|\sigma\|(\ddot{T} + \ddot{\bar{T}}) + \|\eta\|(\bar{T}) + (\Delta)\ddot{\alpha} = 0; \\ [X(x)](\ddot{T} + \ddot{\bar{T}}) + \ddot{\alpha} + \mathcal{W}_0^2 = 0 \end{cases}, \quad (13)$$

где $\|\beta\|, \|\sigma\|, \|\xi\|, \|\eta\|$ — симметричные матрицы $(n \times n)$.

$$\beta_{in} = m_k \int_0^l X_i X_n + M_s X_i(\bar{x}) X_n(\bar{x}) + \frac{m_k I_{red}}{A_{red}} \int_0^l X_i' X_n' dx,$$

$$\delta_{in} = m_k \int_0^l X_i X_n dx + M_s X_i(\bar{x}) X_n(\bar{x}); \quad \Delta_i = M_s X_i(\bar{x}),$$

$$\xi_{in} = B_0 \int_0^l X_i'' X_n'' dx - N \int_0^l X_i' X_n' dx; \quad \eta_{ni} = \frac{D_0}{K} \int_0^l X_i' X_n' dx,$$

$$\omega_0^2 = \frac{K_1}{M_s}; \quad \left(i = 1, 2, \dots; \quad n = 1, 2, \dots \right).$$

Начальные условия для уравнения движения:

$$\begin{aligned} t = 0; \\ (\bar{T}) = (\bar{\bar{T}}) = 0; \quad (\dot{\bar{T}}) = (\dot{\bar{\bar{T}}}) = 0; \quad \alpha = 0; \quad \dot{\alpha} = V_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Если условия закрепления концов колонны обеспечивают ортогональность собственных форм X_n , система (13) упрощается. Отметим, что последнее уравнение в системе (13) описывает движение ударника на перемещении $y + \alpha$. Уравнения (13) будут справедливы, если выполняется условие $\dot{\alpha} > 0$. В противном случае, в контактной зоне в момент времени \bar{t} начинается разгрузка. Момент \bar{t} может быть определен из условия:

$$\dot{\alpha}(\bar{t}) = 0, \quad (15)$$

где α — решение (13).

При этом предполагается, что $k_1 \alpha(\bar{t})$ не превышает предельного значения контактной силы F_n , соответствующего началу разрушения бетона под площадкой контакта.

Учет разгрузки может быть легко осуществлен заменой в выражении для потенциальной энергии последнего слагаемого на алгебраическую сумму:

$$\frac{\alpha(\bar{t})^2 (K_2 - K_1)^2}{2K_2} - \alpha(\bar{t})\alpha(K_2 - K_1) + \frac{K_2}{2}\alpha^2.$$

Таким образом, последнее уравнение в формуле (13) приобретает вид:

$$[X(\bar{x})]\left(\ddot{\bar{T}} + \ddot{\bar{T}}\right) + \ddot{\alpha} + \omega_2^2\alpha = S_1, \quad (16)$$

где,

$$\omega_2^2 = \frac{K_2}{M_s}; S_1 = \frac{\alpha(\bar{t})(K_2 - K_1)}{M_s}.$$

Начальные условия для этой измененной системы будут:

$$t = \bar{t}(\bar{T}) = (\bar{T}(\bar{t})); (\bar{\bar{T}}) = (\bar{\bar{T}}(\bar{t})); (\dot{\bar{T}}) = (\dot{\bar{T}}(\bar{t})); (\ddot{\bar{T}}) = (\ddot{\bar{T}}(\bar{t}));$$

$$\alpha = \alpha(t); \quad \dot{\alpha} = 0. \quad (17)$$

Приращение контакта ударника с конструкцией наступит в момент времени $\bar{\bar{t}}$, определяемый из условия:

$$F(\bar{\bar{t}}) = 0 \text{ или } \alpha(\bar{\bar{t}}) = \frac{\alpha(\bar{t})(K_2 - K_1)}{K_2}. \quad (18)$$

При $t > \bar{\bar{t}}$ необходимо рассмотреть свободное движение колонны.

Приведенное уточненное решение представляет особую ценность для расчета колонн, подверженных ударом в нижней части и разрушающимся в результате сдвига по наклонным сечениям (трещинам). Оно позволяет достаточно точно определить поперечные силы и изгибающие моменты по формулам (8), (9), далее главные напряжения σ_1 и σ_2 в критических сечениях и сопоставить их с предельными [10], установив таким образом момент t_1 . Расчеты, однако, показывают, что достаточно точным, в том числе и для рассматриваемой задачи, может оказаться упрощенный подход, основанный на представлениях классической механики [14].

В упрощенном варианте прогибы ищутся в виде:

$$y = \sum_n T_n X_n, \quad (19)$$

где T_n — искомая функция времени; X_n — по-прежнему, n -я форма колебаний. Пренебрегая влиянием внедрения ударника на высоту критического сечения колонны, получим для кинетической и потенциальной энергий:

$$K = \frac{m_k}{2} \int_0^l \dot{y}^2 dx + \frac{M_s}{2} [\dot{y}(\bar{x}, t) + \dot{\alpha}]^2; \quad (20)$$

$$U = \frac{B_0}{2} \int_0^l (y'')^2 dx + \frac{K_1}{2} \alpha^2. \quad (21)$$

Работа продольной силы учитывается выражением (10).

Подставляя (20), (21) и (10) в уравнения Лагранжа (11), получим систему уравнений движения:

$$\left\{ \begin{aligned} \|\lambda\|(\ddot{\bar{T}}) + \|\zeta\|(\bar{T}) + (\Delta)\ddot{\alpha} &= 0; \\ [X(\bar{x})](\ddot{\bar{T}}) + \ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha & \end{aligned} \right. , \quad (22)$$

где

$$\lambda_{in} = m_k \int_0^l X_i X_n dx + M_s X_i(\bar{x}) X_n(\bar{x});$$

$$\zeta_{in} = B_0 \int_0^l X_i'' X_n'' dx - N \int_0^l X_i' X_n' dx,$$

остальные обозначения те же, что и в (13).

Изгибающие моменты и поперечные силы определяются по известным формулам:

$$M = -B_0 \frac{d^2 y}{dx^2}; \quad Q = -B_0 \frac{d^3 y}{dx^3}. \quad (23)$$

Момент образования трещин t определяется как минимальный из двух условий:

$$M(\bar{x}, t_1) = M_{el,d}; \quad (24)$$

$$\sigma_2(\bar{x} \pm a, t_1) = \gamma_{1,d} \gamma_{b,4} R_{br,d}, \quad (25)$$

где $M_{el,d}$ — момент образования трещин приведенного бетонного сечения, определяемый по формуле [12] при динамическом расчетном сопротивлении бетона растяжению и уменьшенной рабочей высоте сечения за счет внедрения ударника; σ_2 — главное растягивающее напряжение; a — половина ширины контакта; $\gamma_{1,d}$ — коэффициент, учитывающий особенности ударного деформирования; $\gamma_{b,4}$ — коэффициент из соответствующей формулы норм [12].

Первое условие определяет момент образования нормальных трещин, второе — наклонных. Заметим, что в силу введенных ранее предпосылок обе формулы носят приближенный характер; проверка образования наклонных трещин может быть выполнена более точно, если известен состав бетонной смеси и ситовый анализ. В последнем случае может быть применен подход, предложенный в пособии [10] и базирующийся на механике разрушения бетона.

Расчеты показывают, что при ударах в нижней части колонны обычно определяющим является условие (25).

Стадия 2. Учитывая, что удар наносится в непосредственной близости от основания колонны, деформацией нижней ее части пренебрегаем по малости. Горизонтальные перемещения колонны, таким образом, обусловлены в основном по наклонным трещинам. В соответствии с этим расчетную схему сооружения примем в виде, показанном на рис. 2.

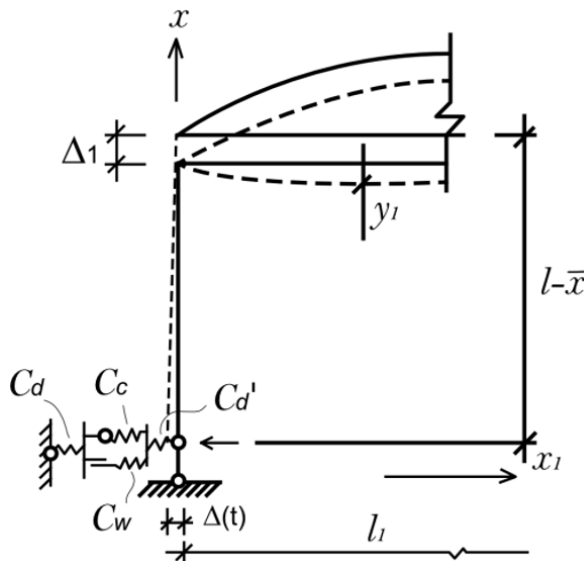


Рис. 2. Расчетная схема сооружения
Fig. 2. Calculation scheme of the structure

Горизонтальные перемещения колонны в сечении, где наносится удар (\bar{x}), обозначим Δ , тогда, полагая малыми изгибные деформации верхней части колонны, получим для перемещения любого ее сечения:

$$y^{II}(x, t) = \frac{\Delta(l-x)}{l-\bar{x}}. \quad (26)$$

Перемещение стропильной конструкции \tilde{y}_1 будет складываться из перемещений ее как жесткого целого вследствие смещения левой опоры $\Delta_1 \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right)$, где l_1 — пролет стропильной конструкции, и колебания $y_1(x_1, t)$ и $y_2(x_2, t)$, вызванные этим смещением инерционными силами:

$$y = y_1 + y_2 + \Delta_1 \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right). \quad (27)$$

Значения прогибов в четвертях и середине пролета, определенные по двум упомянутым выше методикам, совпадают лишь в начальные моменты движения; в последующем приближенная методика существенно завышает значения прогибов (рис. 3).

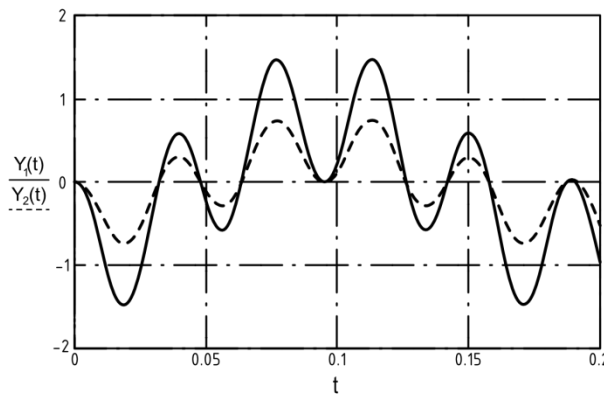


Рис. 3. Значение прогибов в четвертях $Y_1(t)$ и середине пролета $Y_2(t)$
 Fig. 3. Deflections in quarters $Y_1(t)$ and in the middle of the span $Y_2(t)$

Стропильные сдвиги у основания колонны обусловлены жесткостью бетона сжатой полосы между наклонными трещинами C_c , нагель, образуемый продольной арматурой у лицевой C'_d и тыльной C_d граней колонны, а также растянутыми хомутами в наклонной трещине C_w . Работа левого и правого нагелей на рис. 2 различна. Левый нагель после нарушения сцепления арматуры с бетоном работает как обычная балка, тогда как правый испытывает поддержку бетона под ним за пределами площадки контакта. Согласно работе [15] имеем:

$$\sum_{i=1}^{n'} 2\bar{\lambda}^3 E_s I'_s, \quad (28)$$

где

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{ed'_s}{4E_s I'_s}}, \quad e = \frac{E'_B}{2(1-\nu^2)d'_s}.$$

d'_s и I'_s — диаметр и осевой момент инерции правой арматуры; n' — число продольных стержней у лицевой грани:

$$C_d = \sum_{i=1}^n \frac{12E_s I_s}{l_s^3}; \quad C_s = \frac{E'_b A_b \sin \theta}{h_0}; \quad C_w = \frac{E_s A_{sw} (\bar{x} - a)}{s l_{an}}, \quad (29)$$

где l_{an} — длина активного участка деформирования поперечных стержней, $(5-10)d$.

Общая жесткость деформируемого элемента будет:

$$C_0 = \frac{C_d C_m C'_d}{C_d C_m + C_d C'_d + C_m C'_d}, \quad (30)$$

где $C_m = C_s + C_w$.

Наряду с упомянутым элементом в сопротивлении сдвигу участвует сила зацепления по берегам наклонных трещин F_{crc} . Влияние этой силы, как показывают опыты, зависит от содержания поперечной арматуры. При ее отсутствии вклад F_{crc} в сопротивление сдвигу может достигать 30–50 %. При часто расположенных поперечных стержнях (что обычно и имеет место в рассматриваемом случае) влияние этого фактора падает до 7–10 %. Сопротивление стропильной конструкции будем считать обусловленным ее изгибной жесткостью без трещин B . Это оправдано, так как обычно стропильные конструкции выполняются предварительно напряженными.

Для получения уравнения движения используем уравнения Лагранжа 2-го рода. С учетом введенных обозначений запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы, предварительно выразив Δ и Δ_1 через один обобщенный коэффициент — малый угол поворота верхнего участка колонны φ относительно верхнего шарнира:

$$\Delta = (l - \bar{x}) \sin \varphi = (l - \bar{x}) \varphi; \quad (31)$$

$$\Delta_1 = (l - \bar{x}) - (l - \bar{x}) \cos \varphi = (l - \bar{x})(1 - \cos \varphi). \quad (32)$$

Раскладывая $\cos \varphi$ в ряд и учитывая малость угла (рис. 4), получим вместо формулы (32):

$$\Delta_1 = (l - \bar{x}) \left[1 - \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} + \dots \right) \right] = (l - \bar{x}) \frac{\varphi^2}{2}. \quad (33)$$

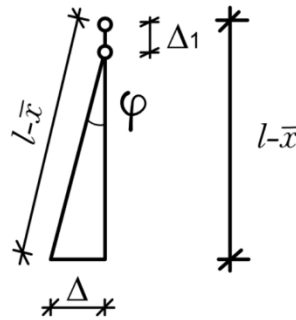


Рис. 4. Угол поворота верхнего участка колонны φ относительно верхнего шарнира
Fig. 4. Angle of rotation of the upper section of the column relative to the upper joint

Угол поворота, определенный с учетом совместной работы, может до 40 % превышать этот параметр, определенный без учета динамической реакции от покрытия (рис. 5).

Тогда

$$K = M_s \frac{(l - \bar{x}) \dot{\varphi}^2}{2} + m_k \int_{\bar{x}}^l \left(\frac{l - x}{l - \bar{x}} \right)^2 (l - \bar{x})^2 \dot{\varphi}^2 dx + \frac{M_{cmp}}{2} \int_0^{l_1} \left[\dot{y}_1 + \dot{y}_2 + (l - \bar{x}) \frac{\varphi^2}{2} \left(1 - \frac{x_1}{l_1} \right) \right]^2 dx, \quad (34)$$

где $M_{стр}$ — погонная масса стропильной конструкции.

$$U = \frac{C_0 (l - \bar{x})^2 \varphi^2}{2 \sin \theta} + F_{crc} \frac{(l - \bar{x}) \varphi}{\sin \theta} + \frac{\tilde{B}_0}{2} \int_0^{l_1} (y''_1 + y''_2)^2 dx_1, \quad (35)$$

где,

$$F_{crc} = N_{\text{прод}}(t)f_{mp}, N_{\text{прод}}(t) = Q(0,t)f_{mp}$$

$$Q(0,t) = -\frac{d^3 y(0,t)}{dx^3}, \frac{d^3 y}{dx^3} = -(X_1'''T_1 + X_2'''T_2),$$

$$F_{mp} = -\tilde{B}_0(X_1'''(0)T_1 + X_2'''(0)T_2) \cdot f_{Tp}.$$

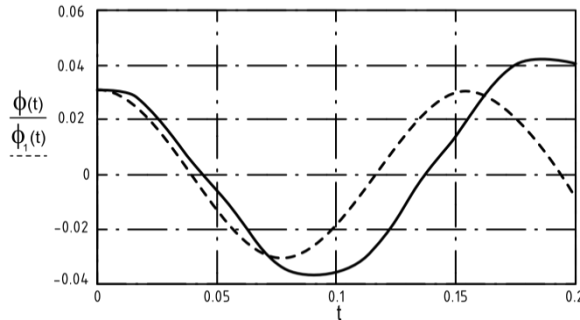


Рис. 5. Зависимость угла поворота от времени:

— $\phi(t)$ — угол поворота без учета совместной работы;

- - - - $\phi_1(t)$ — угол поворота с учетом совместной работы

Fig. 5. Time history for rotation angle:

— $\phi(t)$ — Angle of rotation without taking into account joint work;

- - - - $\phi(t)$ — Angle of rotation with consideration of joint work

Динамический прогиб стропильной конструкции целесообразно принять в виде:

$$y_1(X_1, t) = \sum_n X_n T_n. \tag{36}$$

Опыт динамических расчетов шарнирно-опертых изгибаемых элементов при внезапном смещении одной из опор показывает, что для достаточно точного определения прогибов конструкций достаточно удержать два члена ряда (36). Воспользуемся этим обстоятельством для получения уравнений движения. Оценку возникающих усилий в этом случае, теоретически требующих удержания большего числа членов ряда, дадим в дальнейшем.

Таким образом, вместо формулы (36) будем иметь:

$$y_1(X_1, t) = X_1 T_1 + X_2 T_2, \tag{37}$$

предполагая $X_n = \sin \frac{n\pi x}{l_1}$, ($n = 1, 2$).

Подставляя формулу (36) в (34) и (35) и далее в уравнения Лагранжа (11), получим систему уравнений движения:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{\phi} + B_1 \ddot{T}_1 + B_2 \ddot{T}_2 + d_1 \phi + e = 0; \\ B_1 \ddot{\phi} + c_1 \ddot{T}_1 + c_2 \ddot{T}_2 + g_1 T_1 + g_2 T_2 = 0; \\ B_2 \ddot{\phi} + c_2 \ddot{T}_1 + c_3 \ddot{T}_2 + g_2 T_1 + g_3 T_2 = 0 \end{cases}, \tag{38}$$

где:

$$a_1 = M_s(l - \bar{x})^2 + m \int_{\bar{x}}^l (l - x)^2 dx + M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} (l - x)^2 \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right)^2 \frac{3}{2} [\dot{\phi}(0)]^2 dx_1,$$

$$B_1 = M_{\text{стр}} \dot{\phi}(0) \int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right) (l - \bar{x}) X_1 dx_1, B_2 = M_{\text{стр}} \dot{\phi}(0) \int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x_1}{l_1}\right) (l - \bar{x}) X_2 dx_1,$$

$$C_1 = M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} X_1^2 dx_1, \quad C_2 = M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} X_1 X_2 dx, \quad C_3 = M_{\text{стр}} \int_0^{l_1} X_2^2 dx_1,$$

$$g_1 = \tilde{B}_0 \int_0^{l_1} (X_1'')^2 dx_1, \quad g_2 = \tilde{B}_0 \int_0^{l_1} X_1'' X_2'' dx_1, \quad g_3 = \tilde{B}_0 \int_0^{l_1} (X_2'')^2 dx_1, \quad d = \frac{c_0(l-\bar{x})^2}{\sin \theta}.$$

При выводе системы (38) учитывалось следующее:

1) выражения (34), (35) приводят, вообще говоря, к системе нелинейных дифференциальных уравнений движения; для линеаризации и приведения к виду (38) было использовано разложение функций $\dot{\varphi}^2$ и $\dot{\varphi}^4$ в ряд Маклорена с удержанием, соответственно, трех и двух первых членов:

$$\dot{\varphi}^4 = \dot{\varphi}^4(0) + 4[\dot{\varphi}(0)]^3 \dot{\varphi} + 6[\dot{\varphi}(0)]^2 \dot{\varphi}^2 + \dots; \quad \dot{\varphi}^2 = \dot{\varphi}^2(0) + 2\dot{\varphi}(0)\dot{\varphi},$$

2) в качестве обобщенных координат, в отличие от формулы (11), фигурируют φ , T_1 и T_2 ;

3) в систему включена «присоединенная» масса ударника.

Очевидно, что сила зацепления по берегам трещины F_{crc} зависит от вертикальной динамической реакции стропильной конструкции. Учет этого явления может быть приближенно осуществлен, например, введением соотношения:

$$F_{\text{crc}} = N_{\text{прод}}(t) \cdot f_{\text{мп}}, \quad N_{\text{прод}}(t) = Q(0,t) \cdot f_{\text{мп}}; \quad (39)$$

$$F_{\text{crc}} = -\tilde{B}_0 \left(X_1'''(0)T_1 + X_2'''(0)T_2 \right) \cdot f_{\text{тр}}, \quad (40)$$

где $f_{\text{тр}}$ — коэффициент трения.

Подстановка формулы (40) в выражение для потенциальной энергии и далее в уравнения Лагранжа с учетом (37) приводит к системе уравнений движения типа:

$$\begin{cases} a_1 \ddot{\varphi} + B_1 \ddot{T}_1 + B_2 \ddot{T}_2 + d\varphi + e_1 T_2 + e_2 T_2 = 0; \\ B_1 \ddot{\varphi} + c_1 \ddot{T}_1 + c_2 \ddot{T}_2 + d_1 \varphi + g_1 T_1 + g_2 \ddot{T}_2 = 0; \\ B_2 \ddot{\varphi} + c_2 \ddot{T}_1 + c_3 \ddot{T}_2 + d_2 \varphi + g_2 T_1 + g_3 T_2 = 0 \end{cases}, \quad (41)$$

$$\text{где } d_1 = e_1 = -\tilde{B}_0 X_1''' \frac{(l-\bar{x})}{\sin \theta}, \quad d_2 = e_2 = -\tilde{B}_0 X_2''' \frac{(l-\bar{x})}{\sin \theta}.$$

Все остальные коэффициенты как в системе уравнений (38).

Расчеты, однако, показали, что влияние динамической составляющей продольной силы относительно невелико, этот вывод подтверждает и упрощенный анализ, основанный на раздельном рассмотрении движения колонны и стропильной конструкции, приведенный ниже. Таким образом, в дальнейшем в качестве основной принята система (38) при начальных условиях:

$$t = t_1; \quad \varphi = \varphi_0; \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0; \quad T_1 = T_2 = \dot{T}_1 = \dot{T}_2 = 0, \quad (42)$$

$$\text{где } \varphi_0 = \frac{y(\bar{x}, t_1)}{(l-\bar{x})}.$$

Начальная скорость определится из условия равенства количества движения верхней части колонны непосредственно перед и сразу после образования наклонных трещин:

$$m \int_{\bar{x}}^l \dot{y} dx = m \int_{\bar{x}}^l \frac{\dot{\Delta}(l-x)}{l-\bar{x}} dx = m \int_{\bar{x}}^l (l-x) \varphi dx. \quad (43)$$

С учетом выражений (42) решение системы будет:

$$T_1(t) = (c_2 B_2 - B_1 c_3) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) - \\ - (c_2 d_2 - B_1 g_3 - c_3 d_1 + B_2 g_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) + ; \quad (44) \\ + (g_2 d_2 - d_1 g_3) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right)$$

$$\varphi.(t) = (c_1 c_3 - c_2^2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) - \\ - (c_1 g_3 + c_3 g_1 - 2c_2 g_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) + ; \quad (45) \\ + (g_1 g_3 + g_2^2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right)$$

$$T_2.(t) = (B_1 c_2 - c_1 B_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) - \\ - (d_1 c_2 + c_1 g_2 - c_1 d_2 - g_1 B_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + \\ + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right) + , \quad (46) \\ + (d_1 g_2 - g_1 d_2) \left(\begin{array}{l} A_1 r_1^4 \cos r_1 t + B_1 r_1^4 \sin r_1 t + A_2 r_2^4 \cos r_2 t + B_2 r_2^4 \sin r_2 t + A_3 r_3^4 \cos r_3 t + \\ + B_3 r_3^4 \sin r_3 t \end{array} \right)$$

где r_1, r_2, r_3 — характеристические корни.

Рассмотрим деформирование стропильной конструкции при вертикальном смещении левой опоры по закону $\Delta(t)$. Используя метод, приведенный в [16], уравнение движения стропильной конструкции запишем в виде:

$$B_0 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[y_1(x, t) + \Delta_1(t) \frac{l-x}{l} \right] = 0; \quad (47)$$

или

$$B_0 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = -m \frac{l-x}{l} \ddot{\Delta}_1. \quad (48)$$

Выражение для $\Delta_1(t)$ примем согласно (33), тогда:

$$\ddot{\Delta}_1 = \frac{1}{l-\bar{x}} \left\{ 2 \frac{\dot{\Delta}_0 \Phi_2}{\tilde{\omega}_2} \sin 2\tilde{\omega}_2 t + \left(\dot{\Delta}_0^2 - \frac{\Phi_2^2}{\tilde{\omega}_2^2} \right) \cos 2\tilde{\omega}_2 t + \frac{\Phi_2}{\tilde{\omega}_2} \left[\frac{\Phi_2}{\tilde{\omega}_2^2} \cos \tilde{\omega}_2 t - \dot{\Delta}_0 \sin 2\tilde{\omega}_2 t \right] \right\}, \quad (49)$$

$$\text{где } \tilde{\omega}_2 = \frac{3 \left[\bar{C} + \frac{4(\bar{X} + a)}{\sin 2\theta} b_{c \text{ crc}} \Phi_n \right] \cdot (l - \bar{X})^2}{\sin \theta \left\{ 3M_s (l - \bar{X})^2 + m \left(l - \bar{X} + a + \frac{h}{2} \right) \cdot \left[l^2 + 3l \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right) - \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right)^2 \right] \right\}},$$

$$\Phi_2 = \frac{3(F'_a + F_w) \cdot (l - \bar{X})^2}{\left\{ 3M_s (l - \bar{X})^2 + m \left(l - \bar{X} + a + \frac{h}{2} \right) \cdot \left[l^2 + 3l \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right) - \left(\bar{X} - a - \frac{h}{2} \right)^2 \right] \right\}}.$$

Решение уравнения (48) складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения, представленного интегралом Дюамеля:

$$y_n = - \sum_n X_n \frac{\int_0^t \int_0^l \frac{l-x}{l} \ddot{\Delta}_1 X_n(x) \sin \omega_n(t-u) dx du}{\omega_n^2 m \int_0^l X_n^2(x) dx}, \quad (50)$$

$$\text{где } \omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}.$$

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрен комплекс вопросов, необходимых для решения проблемы расчета железобетонных конструкций и конструктивных систем на аварийные ударные воздействия, включающий анализ таких воздействий, экспериментальное обоснование расчетных предпосылок, разработку методов расчета.

2. Сопоставление зависимостей угла поворота колонны и прогибов стропильной конструкции от времени, рассчитанных по упрощенной методике и с учетом совместной работы, показало, что распределение прогибов стропильной конструкции по длине и во времени в обоих случаях подобно и отражает распространение волны от быстро убираемой опоры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баженов Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. М. : Стройиздат, 1970. 292 с.
2. Белов Н.Н., Кабанцев О.В., Коняев А.А., Копаница Д.Г., Толкачев В.Ф., Югов А.А., Югов Н.Т. Расчет прочности железобетона на ударные нагрузки // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47. № 6 (280). С. 165–173.
3. Копаница Д.Г., Капарулин С.Л., Васильева Е.В. Влияние жесткости колонн на динамические параметры пространственного железобетонного каркаса в процессе ремонта // Вестник ТГАСУ. 2006. № 1. С. 164–169.
4. Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р., Пахмурин О.Р. Эксплуатационная надежность железобетонного каркаса с дефектами стыков колонн // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 3 (44). С. 88–95.
5. Тамразян А.Г. Научные основы оценки риска и обеспечения безопасности железобетонных конструкций, зданий и сооружений при комбинированных особых воздействиях // Вестник НИЦ Строительство. 2018. № 1 (16). С. 106–114.
6. Тамразян А.Г. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов при динамическом нагружении в условиях огневых воздействий // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 29–35.
7. Тамразян А.Г., Аветисян Л.А. Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов на кратковременную динамическую нагрузку // Строительство: наука и образование. 2013. № 4. С. 2.
8. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Strength of reinforced concrete columns under special complex influences // E3S Web of Conferences. XXVI International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment" (FORM-2023). EDP Sciences, 2023. P. 02002.
9. Алексейцев А.В. Анализ устойчивости колонны при горизонтальных ударных воздействиях // Железобетонные конструкции. 2023. № 2. С. 3–12.

10. Забегаев А.В. Расчет железобетонных конструкций на аварийные ударные воздействия : учеб. пос. М. : МГСУ, 1995. 156 с.
11. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С., Забегаев А.В. Расчет конструкции на динамические специальные нагрузки. М. : Высшая школа, 1992. 319 с.
12. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.
13. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер Х. Колебания в инженерном деле. М. : Стройиздат, 1985. 320 с.
14. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М. : Стройиздат, 1979. 320 с.
15. Забегаев А.В. К расчету колонн на аварийные ударные воздействия // Бетон и железобетон. 1991. № 11. С. 27.
16. Рабинович И.М., Синицын А.П., Лужин О.В., Теренин Б.М. Расчет сооружений на импульсные воздействия. М. : Стройиздат, 1970. 304 с.

REFERENCES

1. Bazhenov Y.M. *Concrete under dynamic loading*. Moscow, Stroyizdat, 1970; 292. (in Russian).
2. Belov N.N., Kabantsev O.V., Konyaev A.A., Kopanitsa D.G., Tolkachev V.F., Yugov A.A., Yugov N.T. Calculation of Reinforced Concrete Strength under Impact Loads. *Applied Mechanics and Technical Physics*. 2006; 47:6(280):165-173. (in Russian).
3. Kopanitsa D.G., Kaparulin S.L., Vasilieva E.V. Influence of the columns stiffness on the dynamic parameters of the spatial reinforced concrete frame in the process of repair. *Vestnik of TSASU*. 2006; 1:164-169. (in Russian).
4. Kumpiak O.G., Galyautdinov Z.R., Pakhmurin O.R. Operational reliability of the reinforced concrete frame with the column joint defects. *Bulletin of Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. 2014; 3(44):88-95. (in Russian).
5. Tamrazyan A.G. Scientific bases of risk assessment and safety assurance of reinforced concrete structures, buildings and constructions under combined special impacts. *Vestnik NIC Stroitelstvo*. 2018; 1(16):106-114. (in Russian).
6. Tamrazyan A.G. Calculation of the off-centre compressed reinforced concrete elements under dynamic loading under fire effects. *Industrial and Civil Engineering*. 2015; 3:29-35. (in Russian).
7. Tamrazyan A.G., Avetisyan L.A. Calculation of the off-centre compressed reinforced concrete elements for short-term dynamic loading. *Construction: Science and Education*. 2013; 4:2. (in Russian).
8. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Strength of reinforced concrete columns under special complex influences. *E3S Web of Conferences. XXVI International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment" (FORM-2023)*. EDP Sciences, 2023; 02002.
9. Alekseytsev A.V. Analysis of column stability at horizontal impact actions. *Reinforced Concrete Structures*. 2023; 2:3-12. (in Russian).
10. Zabegaev A.V. *Calculation of Reinforced Concrete Structures for Emergency Shock Effects : Study guide*. Moscow, MGSU, 1995; 156. (in Russian).
11. Popov N.N., Rastorguev B.S., Zabegaev A.V. *Design calculation for dynamic special loads*. Moscow, Higher School, 1992; 319. (in Russian).
12. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. (in Russian).
13. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver H. *Fluctuations in engineering*. Moscow, Stroyizdat, 1985; 320.
14. Clough R., Penzien J. *Dynamics of Structures*. Moscow, Stroyizdat, 1979; 320. (in Russian).
15. Zabegaev A.V. Calculation of Columns for Emergency Impact Impacts. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1991; 11:27. (in Russian).
16. Rabinovich I.M., Sinitsyn A.P., Luzhin O.V., Terenin B.M. *Calculation of Structures for Impulse Impacts*. Moscow, Stroyizdat, 1970; 304. (in Russian).



УДК 624.072

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.2.17-29

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Сопротивление железобетонных изгибаемых элементов с соединением арматуры внахлест при динамическом нагружении

С.Ю. Савин^{1*}, Т.А. Ильющенко²

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

² Курский государственный университет, Курск, Российская Федерация

* suwin@yandex.ru

Ключевые слова: прогрессирующее обрушение, соединение арматуры, нахлест, несущая способность, деформативность, железобетон, изгибаемый элемент

История статьи

Поступила в редакцию: 27.05.2025

Доработана: 02.06.2025

Принята к публикации: 04.06.2025

Для цитирования

Савин С.Ю., Ильющенко Т.А. Сопротивление железобетонных изгибаемых элементов с соединением арматуры внахлест при динамическом нагружении // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 17–29.

Аннотация. Соединения продольной арматуры и, в частности, соединение внахлест обладают различными уровнями податливости, что может оказывать влияние на параметры отклика железобетонных конструкций при динамическом нагружении за счет изменения деформативности конструкций. Исследуется сопротивление железобетонных изгибаемых элементов с соединением арматуры внахлест при динамическом нагружении в условиях аварийной расчетной ситуации. Выполнено численное моделирование конструкций железобетонных балок по методу конечных элементов в физически нелинейной трехмерной постановке с учетом параметров диаграммы сцепления арматуры с бетоном. На основе результатов численного моделирования выполнена количественная оценка влияния соединения продольной арматуры внахлест на несущую способность и деформативность железобетонных изгибаемых элементов при динамическом воздействии, возникающем в аварийной расчетной ситуации. Установлено, что предельная статическая нагрузка, определенная из условий энергетического баланса, составила 0,87 от уровня разрушающей нагрузки как для изгибаемого элемента с наличием соединения продольной арматуры внахлест, так и для элемента со сплошными стержнями арматуры на всю длину. При этом соотношение между полными и условно упругими деформациями оказалось больше на 13,4 % для конструкции с наличием соединения арматуры.

Resistance of Reinforced Concrete Flexural Members with Overlap Reinforcement Coupling under Accidental Action

Sergei Yu. Savin^{1*}, Tatiana A. Piushchenko²

¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation

² Kursk State University, Kursk, Russian Federation

* suwin@yandex.ru

Сергей Юрьевич Савин, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 1301-4838, Scopus: 57052453700, ResearcherID: M-8375-2016, ORCID: 0000-0002-6697-3388, E-mail: suwin@yandex.ru

Татьяна Александровна Ильющенко, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Курский государственный университет (КГУ), 305000, г. Курск, ул. Радищева, д. 29; eLIBRARY SPIN-код: 6913-5863, Scopus: 57213811914, ResearcherID: AAJ-6459-2021, ORCID: 0000-0001-6885-588X, E-mail: tatkhalina93@yandex.ru

© Савин С.Ю., Ильющенко Т.А., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Keywords: progressive collapse, reinforcement coupling, overlapping, load-bearing capacity, ductility, reinforced concrete, flexural member

Article history

Received: 30.05.2025

Revised: 05.06.2025

Accepted: 07.06.2025

For citation

Savin S.Yu., Iliushchenko T.A. Resistance of Reinforced Concrete Flexural Members with Overlap Reinforcement Coupling under Accidental Action. *Reinforced Concrete Structures*. 2025; 2(10):17-29.

Abstract. Longitudinal reinforcement couplings, and particularly overlap-coupling, have various levels of ductility. This can influence the response parameters of reinforced concrete structures under dynamic loading by means of changes in the deformability of structures. The study investigates the resistance of reinforced concrete flexural members with overlap reinforcement coupling under dynamic loading in accidental design situations. It provides numerical modeling of reinforced concrete beams using the finite element method in a physically nonlinear three-dimensional formulation, taking into account the parameters of the bond-slip diagram. Based on the results of numerical modeling, the influence of longitudinal reinforcement overlaps couplings on the load-bearing capacity and ductility of reinforced concrete flexural members under dynamic loading arising in an accidental design situation has been assessed. It was established that the ultimate static load, determined based on energy balance, was 0.87 of the failure loads for both the flexural member with overlapping longitudinal reinforcement and the member with continuous reinforcement bars along its entire length. At the same time, the ratio between total and conventionally elastic deformations was 13.4 % higher for the structure with reinforcement coupling.

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос обеспечения живучести и устойчивости железобетонных несущих систем зданий и сооружений к прогрессирующему обрушению [1–3] является одним из наиболее актуальных в связи с постоянно расширяющимся перечнем угроз механической безопасности объектов строительства. Данная проблема выдвинулась на первый план после ряда катастрофических обрушений [4–6], что привело к ужесточению требований в международных и национальных нормативных документах, таких как ASCE 7-22 [7] и ASCE 76-23 [8], Еврокод 2 [9, 10], СП 385.1325800.2018 [11] в РФ. Указанные документы предписывают обеспечивать способность конструкций зданий повышенного уровня ответственности к перераспределению нагрузок после локального разрушения несущего элемента.

В контексте железобетонных конструкций ключевую роль в сопротивлении прогрессирующему обрушению играют изгибаемые элементы (балки, плиты перекрытий), которые при потере опоры должны сохранять свою целостность с учетом развития пластических деформаций, реализации цепной или мембранной стадии работы [12–15] в аварийной ситуации. Это напрямую зависит от способности продольной рабочей арматуры воспринимать растягивающие усилия на всем протяжении элемента. Учитывая ограничения, накладываемые на длину арматурных стержней, поставляемых на строительные площадки, актуальным вопросом является оценка прочности различных соединений продольной арматуры, а также влияния наличия таких соединений на деформативность конструкций при аварийных воздействиях.

Наиболее простым и широко распространенным способом соединения стержней продольной арматуры является соединение внахлест, при котором передача усилий осуществляется за счет сцепления между бетоном и арматурой и обеспечения необходимой длины анкеровки.

Sergei Yu. Savin, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 1301-4838, Scopus: 57052453700, ResearcherID: M-8375-2016, ORCID: 0000-0002-6697-3388; E-mail: suwin@yandex.ru

Tatiana A. Iliushchenko, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Industrial and Civil Engineering, Kursk State University, 29 Radishcheva St., Kursk, 305000, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 6913-5863, Scopus: 57213811914, ResearcherID: AAJ-6459-2021, ORCID: 0000-0001-6885-588X, E-mail: tatkhulina93@yandex.ru

Однако в аварийной ситуации в результате потери несущей способности одним из элементов конструктивной системы происходит изменение расчетной схемы сооружения, увеличение

значений действующих усилий. Также может иметь место динамическое догружение элементов вторичной расчетной схемы.

Наличие и параметры соединения стержней продольной арматуры внахлест могут оказывать влияние на несущую способность и деформативность конструкций при рассматриваемых аварийных воздействиях. В научной литературе представлены результаты исследования сцепления арматуры и бетона при различных режимах нагружения, в том числе при комбинированных особых воздействиях [16]. Вместе с тем остается не вполне изученным вопрос влияния соединения арматуры внахлест на параметры отклика изгибаемых элементов (деформации, коэффициенты динамичности и другое) при динамических воздействиях в условиях аварийной расчетной ситуации.

Целью данного исследования является количественная оценка влияния соединения продольной арматуры внахлест на несущую способность и деформативность железобетонных изгибаемых элементов при динамическом воздействии.

МЕТОД

Расчет динамического отклика на основе энергетического баланса элементов

Для оценки динамического отклика железобетонных изгибаемых элементов с соединением продольной арматуры внахлест, подверженных динамическому нагружению в результате аварийной ситуации, в данном исследовании используются полные диаграммы деформирования (рис. 1, а), построенные по результатам численного моделирования для контролируемого по деформациям нагружения, и условие баланса полной энергии деформации и работы, совершаемой нагрузкой [17].

Для произвольного момента времени t это условие может быть представлено в виде:

$$\frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2}{EA} dx + \frac{m}{2} \int_0^l \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 dx + \frac{mI}{2A} \int_0^l \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{dz}{dx} \right) \right]^2 dx = \sum_i^k P_i z_i, \quad (1)$$

где M, N — внутренние усилия в изгибаемом или, при наличии распора, сжато-изгибаемом элементе;

m — погонная масса стержневого изгибаемого элемента;

E — модуль деформации бетона

A, I — площадь и момент инерции приведенного сечения;

P, z — внешняя нагрузка и вызванный этой нагрузкой прогиб элемента.

Первое и второе слагаемое в левой части (1) — потенциальная энергия деформации, представляющая собой площадь под диаграммой деформирования элемента. Третье и четвертое слагаемые в левой части выражения (1) соответствуют кинетической энергии деформации, связанной с перемещением и поворотом массы. Для максимального прогиба элемента на первой полуволне колебаний скорость деформации равна нулю (рис. 1, б, в), поэтому кинетическая энергия деформации также равна нулю. Исходя из этого, условие равновесия (1) для момента времени t , соответствующего максимальным изгибным деформациям на первой полуволне колебаний, может быть представлено в виде:

$$z_{d,n-1} = \frac{1}{P_{s,n-1}} \int_{z_{s,n}}^{z_{d,n-1}} P(z) dz + z_{s,n}. \quad (2)$$

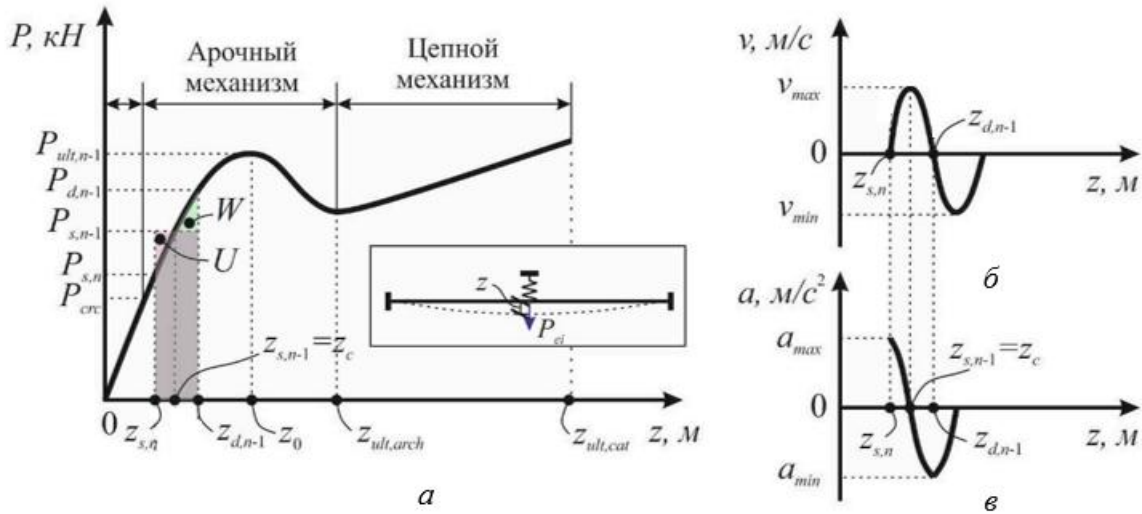


Рис. 1. Диаграммы «нагрузка – прогиб» для изгибаемых элементов — *a*; зависимость скорости — *б* и ускорения — *в* от прогиба на первой полуволне колебаний

Fig. 1. Load-displacement diagrams for member in bending — *a*; relation between velocity — *б*, acceleration — *в* and the displacement at the first half-wave of vibrations

где $z_{d,n-1}$ — динамический прогиб изгибаемого элемента в поврежденной аварийным воздействием конструктивной системе; $P_{s,n-1}$ — статическая нагрузка, действующая на изгибаемый элемент в поврежденной конструктивной системе. Как правило, деформации элемента в узле приложения обобщенной нагрузки $P(z)$ до момента аварийного воздействия малы, что позволяет принять $z_{s,n} \approx 0$. Значение динамической нагрузки определяется из полной диаграммы деформирования при соответствующем значении динамического прогиба: $P_{d,n-1} = P(z_{d,n-1})$.

Сопоставление экспериментальных значений нагрузки и перемещений при квазистатическом и динамическом нагружении (при внезапном удалении опоры) для конструкций двухпролетного ригеля над локальным разрушением (удаление промежуточной опоры) представлено, в частности, в исследовании Pham A.T., Tan K.H. [14, 18]. Ими показано, что на начальном этапе динамического нагружения в результате внезапного удаления промежуточной опоры наблюдается запаздывание деформаций по сравнению с результатами квазистатических испытаний, выполненных для получения полных диаграмм деформирования. Это связано как с демпфированием, так и с проявлением вязкостных свойств материалов в условиях динамического нагружения, приводящим к повышению прочности и модуля деформаций. Однако в характерных точках диаграмм деформирования расхождения по усилиям (обобщенная реакция) при арочной и цепной стадиях напряженно-деформированного состояния не превышали 15–20 % для различных режимов испытаний опытных конструкций. Это примерно соответствует динамическому упрочнению бетона и арматуры при зафиксированных в исследованиях скоростях относительных деформаций и учитывается в запас несущей способности. Таким образом, метод оценки динамического отклика (усилия и деформации) элементов поврежденной конструктивной системы на основе энергетического баланса при использовании полных диаграмм деформирования является эффективным инструментом, который может быть использован при проектировании.

Если диаграмму деформирования, представленную на рис. 1, *a*, заменить кусочно-линейной аппроксимацией с характерными точками, соответствующими смене стадий напряженно-

деформированного состояния элементов поврежденной конструктивной системы при аварийном воздействии (изгибная, арочная, цепная стадии), то предельная статическая нагрузка может быть определена из следующих условий:

- для арочной стадии:

$$P_{s,u,CAA} = \frac{1}{2z_3} [P_1 z_1 + (P_1 + P_2)(z_2 - z_1) + (P_2 + P_3)(z_3 - z_2)]; \quad (3)$$

- для цепной стадии:

$$P_{s,u,CA} = \frac{1}{2z_4} [P_1 z_1 + (P_1 + P_2)(z_2 - z_1) + (P_2 + P_3)(z_3 - z_2) + (P_3 + P_4)(z_4 - z_3)]. \quad (4)$$

Если в качестве сценария начального локального разрушения в конструктивной системе здания рассматривается вынужденное удаление углового вертикального элемента (колонна, пилон) или рассматривается статически определимая конструктивная система, то при оценке предельной статической нагрузки рассматривается лишь изгибная стадия работы элементов перекрытий над локальным разрушением, а для характерных точек диаграммы деформирования выполняется условие: $P_2 = P_3 = P_4 = 0$.

Конструкции железобетонных изгибаемых элементов

Оценка динамического отклика железобетонных изгибаемых элементов выполняется для конструкций железобетонных балок длиной 1,5 м, с квадратным поперечным сечением 200 × 200 мм (рис. 2). Конструкция балки без соединения стержней продольной арматуры внахлест принята по исследованиям [19, 20]. В работе [20] приведены результаты экспериментальных испытаний, которые могут служить исходными данными для выполнения верификации численных моделей, разрабатываемых в данном исследовании.

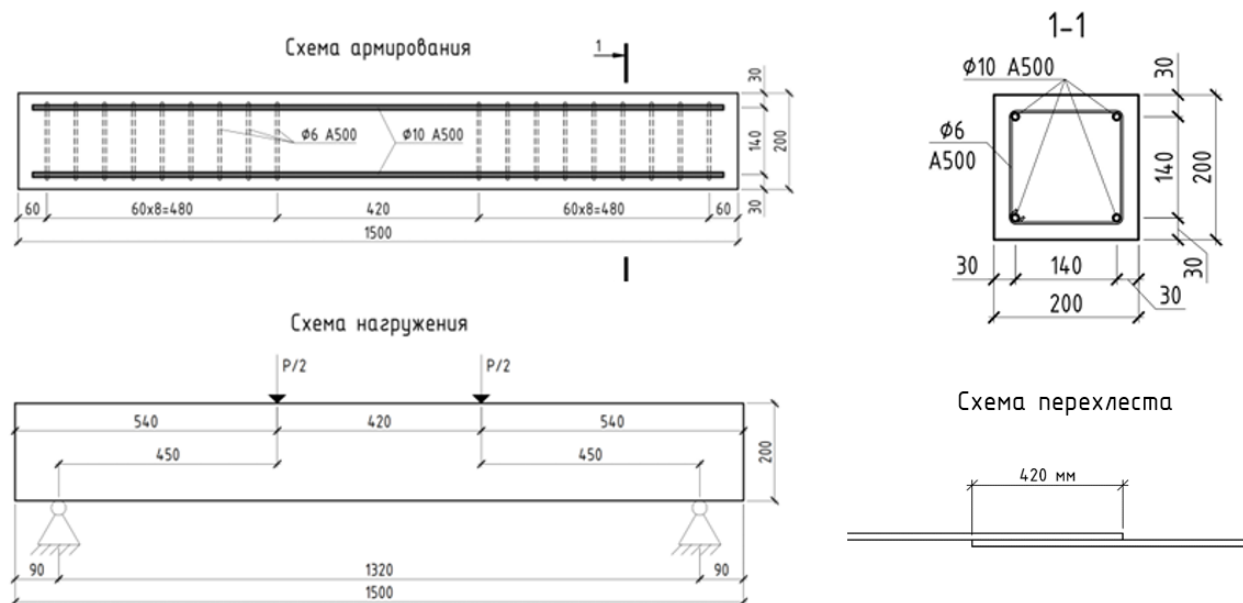


Рис. 2. Размеры, схема армирования и нагружения исследуемых железобетонных балок
Fig. 2. Dimensions, reinforcement and loading scheme of the reinforced concrete beams under study

Материалы конструкции железобетонной балки:

- бетон класса по прочности на одноосное сжатие — В25 с нормативным сопротивлением сжатию $R_{b,n} = 18,5$ МПа;
- продольная рабочая арматура — класса А500 диаметром 10 мм;
- поперечная арматура — класса А500 диаметром 6 мм.

Соединение арматуры внахлест выполнялось в середине пролета балок для рабочей продольной растянутой и сжатой арматуры.

Описание численной модели

Моделирование деформирования конструкций железобетонных балок с наличием и без соединения продольной растянутой и сжатой рабочей арматуры внахлест выполнено по методу конечных элементов в трехмерной, физически нелинейной постановке в программном комплексе Лира-САПР. Для моделирования бетона использовался тип КЭ 231 — физически нелинейный параллелепипед. Стальная арматура моделировалась типом КЭ 210 — физически нелинейными универсальными пространственными стержневыми конечными элементами. Для учета нелинейной связи между напряжениями сцепления и проскальзыванием арматуры в бетоне использовался тип КЭ 295 — двухузловые конечные элементы нелинейных упругих связей. Расчет выполнялся шаговым методом. В связи с этим для бетона была принята экспоненциальная зависимость напряжений от деформаций, для продольной и поперечной арматуры — билинейные диаграммы с упрочнением. Зависимость «напряжение – проскальзывание», моделирующая сцепление арматуры с бетоном, принималась по Model Code [21]. Общий вид и принятая диаграмма для моделирования по шаговому методу приведены на рис. 3. В связи с использованием шагового метода ниспадающий участок диаграммы заменен горизонтальным участком той же длины.

Конечные элементы нелинейных упругих связей соединяли узлы конечных элементов, моделирующих стальную арматуру, с узлами конечных элементов, моделирующих бетон. Общие узлы у стержневых конечных элементов и 8-узловых КЭ параллелепипедов отсутствовали (рис. 4). Общий вид конечно-элементной модели исследуемых железобетонных балок приведен на рис. 5.

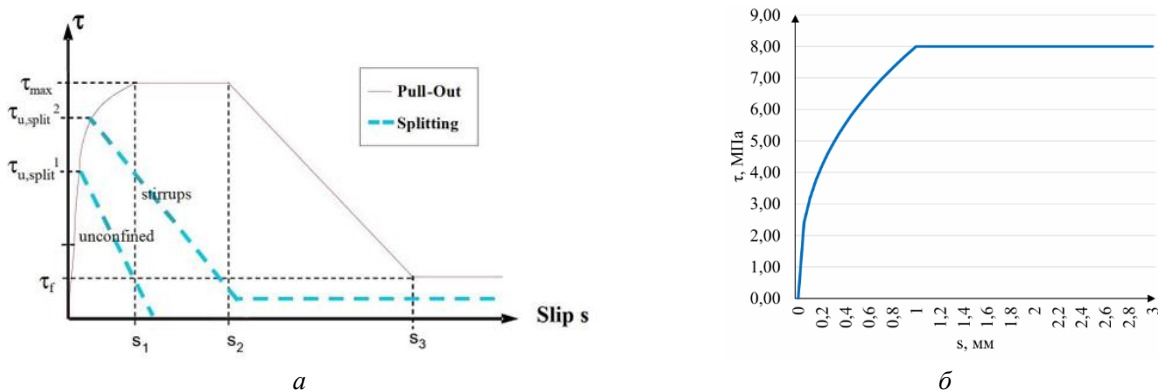


Рис. 3. Диаграммы «условные касательные напряжения – проскальзывания» (монотонная загрузка): а — общий вид [21]; б — принятая для моделирования кусочно-линейная зависимость по шаговому методу

Fig. 3. Diagrams of “Bond – slip” (monotonic loading): *a* — general view [21]; *б* — piecewise linear dependence accepted for modeling using the step method

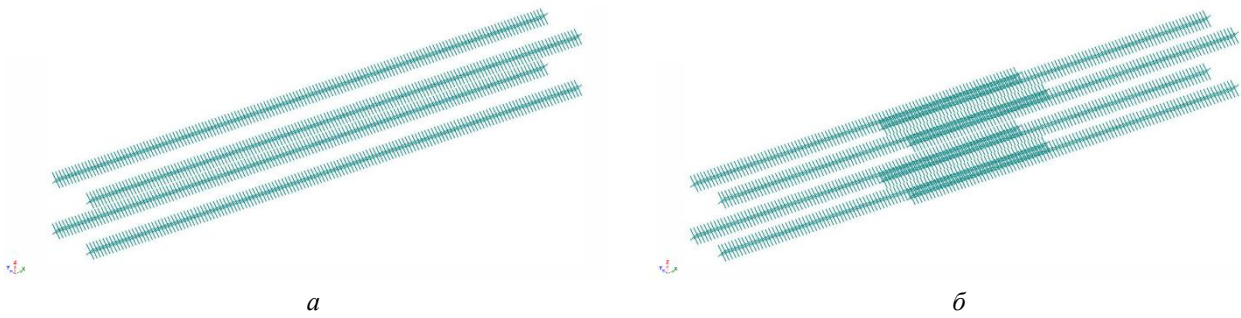


Рис. 4. Моделирование сцепления арматуры с бетоном с использованием КЭ 295:
a — без перехлеста арматуры; *б* — с соединением внахлест
Fig. 4. Modeling of reinforcement bonding to concrete using FE 295:
a — without reinforcement overlap; *б* — with overlap coupling

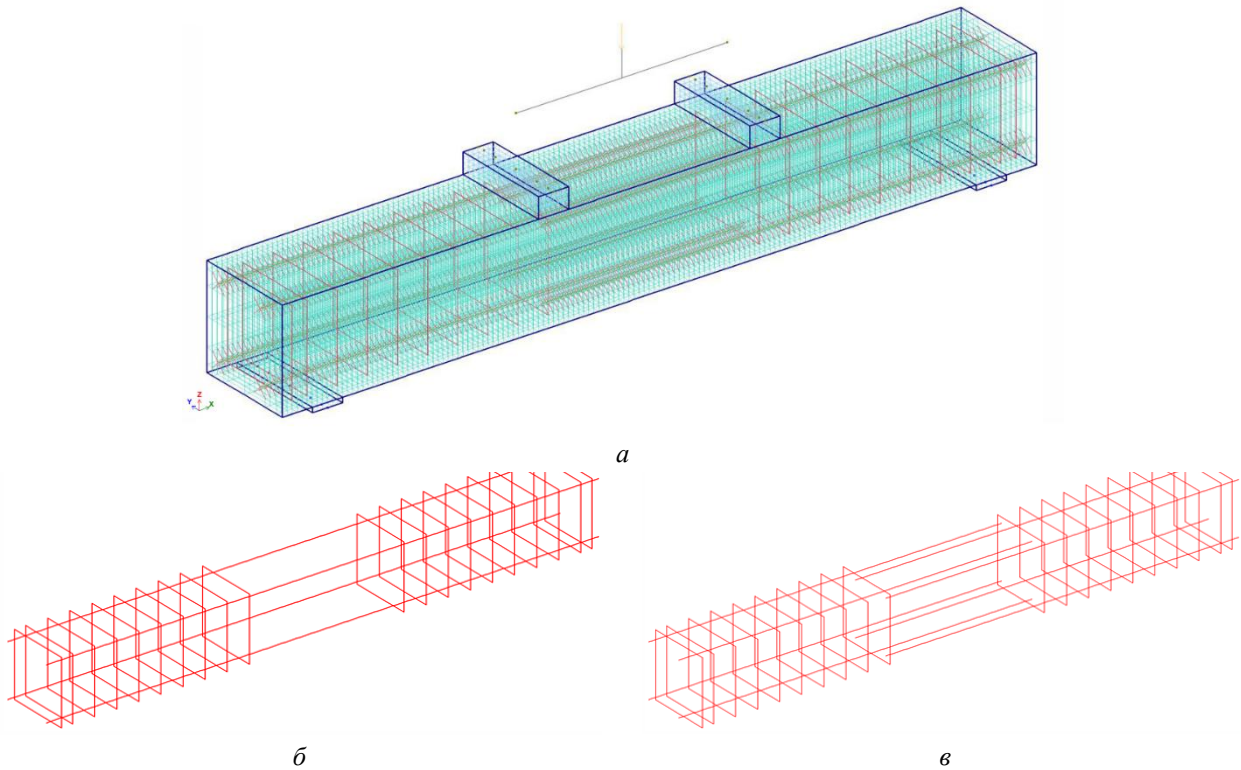


Рис. 5. Конечно-элементные модели исследуемых железобетонных балок: *a* — общий вид, включая нагрузочные устройства; *б* — модель арматурного каркаса без перехлеста арматуры; *в* — модель арматурного каркаса с соединением продольной арматуры внахлест

Fig. 5. Finite element models of the reinforced concrete beams under investigation: *a* — general view, including loading devices; *б* — model of the reinforcement cage without reinforcement overlap; *в* — model of the reinforcement cage with longitudinal reinforcement overlap coupling

Воздействие задавалось в виде контролируемого вертикального перемещения середины траверсы нагрузочного устройства (рис. 5, а). При этом на каждом шаге деформационного воздействия обобщенная нагрузка (опорная реакция), воспринимаемая конструкцией балки, фиксировалась через продольные силы в вертикальном статически определимом консольном элементе нагрузочного устройства. Максимальная величина вертикального смещения назначалась 40 мм и прикладывалась в 100 шагов.

В качестве критериев достижения предельного состояния по несущей способности рассматривается выполнение одного или нескольких из следующих условий:

- относительные деформации в сжатом бетоне равны предельному значению $\varepsilon_{b2} = 0,0035$ согласно СП 63.13330 [22];
- относительные деформации в растянутой арматуре равны предельному значению $\varepsilon_{s2} = 0,033$ согласно СП 385.1325800 [11];
- касательная жесткость (отпорность) конструкции по графику зависимости $P - \Delta$ («нагрузка – прогиб») достигает 0,15 от начальной касательной жесткости.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Полные диаграммы деформирования при квазистатическом нагружении

По результатам моделирования квазистатического отклика конструкций железобетонных балок с учетом наличия соединения продольной арматуры внахлест и без такового были построены полные диаграммы деформирования, представленные на рис. 6.

Графики деформирования конструкций железобетонных балок с соединением продольной арматуры внахлест и без практически совпадали вплоть до уровня нагрузки 0,85 от разрушающей. Из графика видно, что несущая способность железобетонного элемента с соединением продольной арматуры внахлест на 11,5 % меньше, чем для конструкции без соединения, и составляет 103,81 кН. Для конструкции железобетонной балки без перехлеста арматуры несущая способность — 117,33 кН. Предельная деформация для конструкции с соединением арматуры внахлест также оказалась меньше. В связи с тем, что моделируемые железобетонные балки представляли собой статически определимые конструкции, подверженные четырехточечному изгибу, стадии напряженно-деформированного состояния, соответствующие арочному и цепному механизму сопротивления в процессе моделирования нагружения, не возникали.

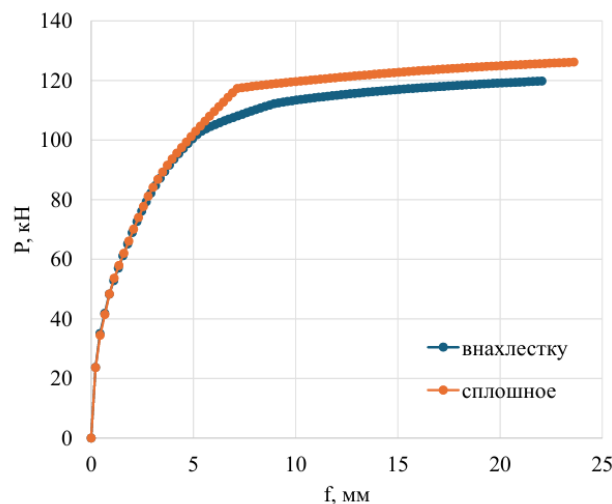


Рис. 6. Графики зависимостей обобщенной нагрузки (суммарной вертикальной опорной реакции конструкции) от прогиба

Fig. 6. Diagrams of generalized load (total vertical support reaction of the structure) versus deflection

Напряженное состояние балок в момент разрушения

На рис. 7 приведены мозаики усилий и главных напряжений в момент разрушения в конструкциях железобетонных балок с наличием и отсутствием соединения продольной арматуры внахлест.

Мозаики продольных усилий в арматуре и главных напряжений в бетоне позволяют отметить следующее. Продольные силы в стержнях продольной арматуры, соединяемой внахлест, несколько больше, чем в конструкции со сплошными арматурными стержнями. В целом значения усилий, главных напряжений и характер их распределения в конструкции довольно близки для двух типов конструкций — с наличием соединения арматуры и без. Однако для конструкций с наличием соединения наблюдается нарушение симметрии в распределении главных напряжений и появление дополнительных концентраторов напряжений к моменту разрушения, что обусловлено нарушением анкеровки соединяемой арматуры.

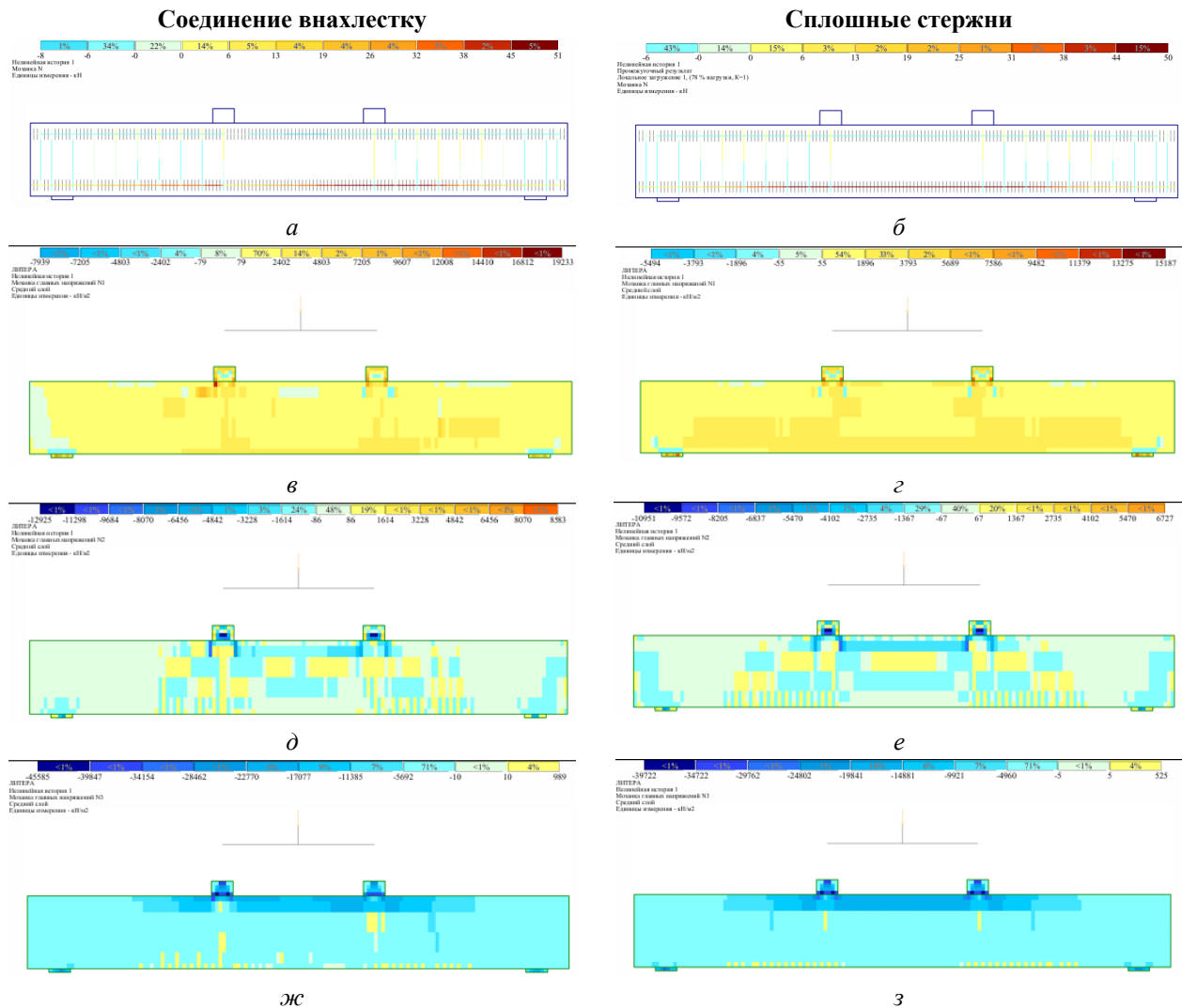


Рис. 7. Мозаики усилий и главных напряжения в конструкциях с наличием соединения продольной арматуры внахлест и без: $a, б$ — продольные силы N в стержнях продольной и поперечной арматуры; $в, г$ — главные напряжения в бетоне σ_1 ; $д, е$ — главные напряжения в бетоне σ_2 ; $ж, з$ — главные напряжения в бетоне σ_3

Fig. 7. Mosaics of forces and principal stresses in structures with and without overlapping longitudinal reinforcement connection: $a, б$ — axial forces N in longitudinal and transverse reinforcement bars; $в, г$ — principal stresses in concrete σ_1 ; $д, е$ — principal stresses in concrete σ_2 ; $ж, з$ — principal stresses in concrete σ_3

Предельная статическая нагрузка на железобетонные балки при динамическом нагружении

Для оценки предельной статической нагрузки, которую могут воспринять рассматриваемые железобетонные балки с наличием соединения продольной арматуры внахлестку и без при динамическом нагружении в условиях внезапного изменения расчетной схемы конструктивной системы при отказе несущего элемента, воспользуемся зависимостью (3), в которой вместо характерных точек смены стадий напряженно-деформированного состояния будем рассматривать точки, соответствующие шагам нагружения. В этом случае получим зависимость для оценки предельной статической нагрузки $P_{s,u,FA}$ на изгибной стадии работы конструкций:

$$P_{s,u,FA} = \frac{1}{2z_{ult}} \left[P_1 z_1 + \sum_{i=2}^n \{ (P_i + P_{i-1}) (z_i - z_{i-1}) \} \right]. \quad (5)$$

Значения вычисленных по графикам на рис. 6 предельных статических нагрузок $P_{s,u,FA}$ для конструкций железобетонных балок с наличием соединения продольной арматуры внахлест и без приведены в таблице. Здесь также представлены значения коэффициентов пластичности, вычисленных по формуле:

$$k_{pl} = \frac{f_{ult}}{f_y}, \quad (6)$$

где f_{ult} — предельная деформация конструкции в момент разрушения; f_y — предельное значение условной упругой деформации конструкции, определяемой из равновесной билинейной диаграммы по Прандтлю (рис. 8).

Анализ данных, представленных в таблице, позволяет отметить следующее. Предельная статическая нагрузка, определенная из условий энергетического баланса для конструкций железобетонных балок с наличием соединения продольной рабочей арматуры внахлест и без такого соединения (сплошные стержни на всю длину конструкции), составила 0,87 от уровня разрушающей нагрузки. При этом соотношение между полными и условно упругими деформациями по формуле (6) оказалось больше на 13,4 % для конструкции с наличием соединения арматуры.

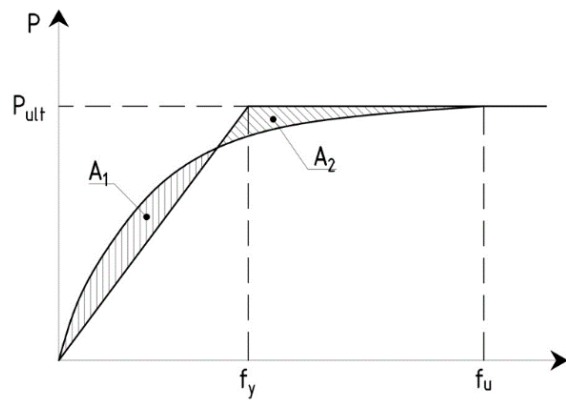


Рис. 8. Определение параметров равновесной билинейной диаграммы
Fig. 8. Determination of the parameters of the equilibrium bilinear diagram

Сопоставление параметров сопротивления конструкций железобетонных балок при наличии соединения продольной арматуры внахлест и без

Comparison of the resistance parameters of reinforced concrete beams with overlapping coupling of rebars or without any coupling

Тип конструкции Type of Structure	$P_{s,u,FA}$, кН	Разница, % Difference, %	$k_{pl} = (f_{ult}/f_y)$	Разница, % Difference, %
Без соединений продольной арматуры (сплошные стержни) Without any coupling of rebars (continuous rebar)	109,5	–	4,03	–
С соединением продольной арматуры внахлест Overlapping coupling of rebars	104,4	4,9	4,57	13,4

Выявленная разница незначительна и при проверке несущей способности в рамках полностью вероятностного формата безопасности сопоставима с коэффициентами вариации для входных параметров моделирования. Однако она идет в запас энергоемкости конструкций при динамических воздействиях на них. Также отмеченное различие, выявленное в поведении железобетонных изгибаемых элементов при наличии и отсутствии соединения продольной арматуры по длине конструкции, указывает на то, что податливость соединений арматуры, например, таких как муфтовое, может оказывать более существенное влияние на параметры сопротивления конструкций при динамических воздействиях и требует более глубокого изучения и экспериментальной проверки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе результатов численного моделирования по методу конечных элементов в трехмерной физически нелинейной постановке выполнена количественная оценка влияния со-

единения продольной арматуры внахлест на несущую способность и деформативность железобетонных изгибаемых элементов при динамическом воздействии, возникающем в аварийной расчетной ситуации.

2. Установлено, что предельная статическая нагрузка, определенная из условий энергетического баланса, составила 0,87 от уровня разрушающей нагрузки как для изгибаемого элемента с наличием соединения продольной арматуры внахлест, так и для элемента со сплошными стержнями арматуры на всю длину. При этом соотношение между полными и условно упругими деформациями оказалось больше на 13,4 % для конструкции с наличием соединения арматуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колчунов В.И. и др. Живучесть конструктивных систем зданий и сооружений: аналитический обзор исследований // Строительство и реконструкция. 2024. Т. 113. № 3. С. 31–71.
2. Тамразян А.Г. Концептуальные подходы к оценке живучести строительных конструкций, зданий и сооружений // Железобетонные конструкции. 2023. № 3. С. 62–74.
3. Трабуш В.И., Колчунов В.И., Ключева Н.В. Некоторые направления развития теории живучести конструктивных систем зданий и сооружений // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 4–11.
4. Tagel-Din H., Rahman N.A. Simulation of the Alfred P. Murrah federal building collapse due to blast loads // AEI 2006: Building Integration Solutions — Proceedings of the 2006 Architectural Engineering National Conference. 2006. Vol. 2006. P. 32.
5. Bažant Z.P., Verdure M. Mechanics of Progressive Collapse: Learning from World Trade Center and Building Demolitions // J Eng Mech. 2007. Vol. 133. No. 3. Pp. 308–319.
6. Kong X., Smyl D. Investigation of the condominium building collapse in Surfside, Florida: A video feature tracking approach // Structures. 2022. Vol. 43. Pp. 533–545.
7. ASCE/SEI 7-10. Minimum design loads for buildings and other structures // American Society of Civil Engineers. p. cm. — (ASCE standard) “Revision of ASCE 7-10”. 2010. P. 658.
8. ASCE 76-23. Standard For Mitigation Of Disproportionate Collapse Potential In Buildings And Other Structures. American Society of Civil Engineers, 2023. 62 p.
9. BS EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1 : General rules and rules for buildings // British Standards Institution. 2004.
10. CEN Comité Européen de Normalisation. EN 1991-1-7. Eurocode 1: Actions on structures. Part 1–7: general actions — accidental actions. Brussels (Belgium) : CEN, 2006.
11. СП 385.132580.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения. М.: Минстрой России, Стандартинформ, 2018.
12. Choi H., Kim J. Progressive collapse-resisting capacity of RC beam–column sub-assembly // Magazine of Concrete Research. 2011. Vol. 63. No 4. Pp. 297–310.
13. Савин С.Ю. Уровни напряженно-деформированного состояния конструкций железобетонных рам при аварийных воздействиях // Известия вузов. Строительство. 2025. № 6 (798). С. 5–21.
14. Pham A.T., Tan K.H. Experimental study on dynamic responses of reinforced concrete frames under sudden column removal applying concentrated loading // Eng Struct. 2017. Vol. 139. Pp. 31–45.
15. Kolchunov V.I., Savin S.Yu. Resistance of Reinforced Concrete Frames to Progressive Collapse at Catenary Action of Beams // Reinforced concrete structures. 2024. Vol. 6. No 2. Pp. 43–53.
16. Тамразян А.Г., Баряк Д.С. Сцепление коррозионно-поврежденных железобетонных элементов при огневом воздействии // Строительство и реконструкция. 2025. Т. 1. № 1. С. 40–47.
17. Гениев Г.А. О динамических эффектах в стержневых системах из физических нелинейных хрупких материалов // Промышленное и гражданское строительство. 1999. № 9. С. 23–24.
18. Pham A.T. et al. Blast-induced dynamic responses of reinforced concrete structures under progressive collapse // Magazine of Concrete Research. 2022. Vol. 74. No 16. Pp. 850–863.
19. Курнавина С.О., Цацулин И.В. Геометрическая гипотеза для нормальных сечений изгибаемых и внецентренно сжатых железобетонных элементов // Строительство и реконструкция. 2025. № 2. С. 33–43.
20. Курнавина С.О., Цацулин И.В. Особенности деформирования сечений изгибаемых железобетонных элементов при действии нагрузок большой интенсивности // Строительство и реконструкция. 2023. Т. 107. № 3. С. 3–16.
21. FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.

22. СП 63.13330.2018. СНиП 52-01–2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Общие положения. М. : Минстрой РФ, 2020, 150 с.

REFERENCES

1. Kolchunov V.I. et al. Structural robustness: an analytical review. *Building and reconstruction*. 2024; 113(3):31-71. (in Russian).
2. Tamrazian A.G. Conceptual Approaches to Robustness Assessment of Building Structures, Buildings and Facilities. *Reinforced concrete structures*. 2023; 3:62-74. (in Russian).
3. Travush V.I., Kolchunov V.I., Klyueva N.V. Some directions of development of survivability theory of structural systems of buildings and structures. *Industrial and civil engineering*. 2015; 3:4-11. (in Russian).
4. Tagel-Din H., Rahman N.A. Simulation of the Alfred P. Murrah federal building collapse due to blast loads. *AEI 2006: Building Integration Solutions — Proceedings of the 2006 Architectural Engineering National Conference*. 2006; 2006:32.
5. Bažant Z.P., Verdure M. Mechanics of Progressive Collapse: Learning from World Trade Center and Building Demolitions. *J Eng Mech*. 2007; 133(3):308-319.
6. Kong X., Smyl D. Investigation of the condominium building collapse in Surfside, Florida: A video feature tracking approach. *Structures*. 2022; 43:533-545.
7. ASCE/SEI 7-22. Minimum design loads for buildings and other structures. *American Society of Civil Engineers. p. cm. — (ASCE standard) “Revision of ASCE 7-22”*. 2022; 658.
8. ASCE 76-23. Standard For Mitigation Of Disproportionate Collapse Potential In Buildings And Other Structures. American Society of Civil Engineers, 2023; 62.
9. BS EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. *British Standards Institution*. 2004.
10. CEN Comité Européen de Normalisation. EN 1991-1-7. Eurocode 1: actions on structures. Part 1–7: general actions — accidental actions. Brussels (Belgium), CEN, 2006.
11. SP 385.132580.2018. Protection of buildings and structures against progressive collapse. Design code. Basic statements. Moscow, Minstroy RF, Standardinform, 2018. (in Russian).
12. Choi H., Kim J. Progressive collapse-resisting capacity of RC beam–column sub-assembly. *Magazine of Concrete Research*. 2011; 63(4):297-310.
13. Savin S.Yu. Levels of stress-strain state of reinforced concrete frame structures under accidental impacts. *News of higher educational institutions. Construction*. 2025; 6(798):5-21. (in Russian).
14. Pham A.T., Tan K.H. Experimental study on dynamic responses of reinforced concrete frames under sudden column removal applying concentrated loading. *Eng Struct*. 2017; 139:31-45.
15. Kolchunov V.I., Savin S.Yu. Resistance of Reinforced Concrete Frames to Progressive Collapse at Catenary Action of Beams. *Reinforced concrete structures*. 2024; 6(2):43-53.
16. Tamrazyan A.G., Baryak D.S. Bonding of corrosion-damaged reinforced concrete elements in case of fire impact. *Building and Reconstruction*. 2025; 1(1):40-47. (in Russian).
17. Genieyev G.A. On dynamic effects in rod systems made of physical non-linear brittle materials. *Industrial and civil engineering*. 1999; 9:23-24. (in Russian).
18. Pham A.T. et al. Blast-induced dynamic responses of reinforced concrete structures under progressive collapse. *Magazine of Concrete Research*. 2022; 74(16):850-863.
19. Kurnavina S.O., Tsatsulin I.V. Geometric Hypothesis for Normal Sections of Flexural and Eccentrically Compressed Reinforced Concrete Members. *Building and Reconstruction*. 2025; 2:33-43. (in Russian).
20. Kurnavina S.O., Tsatsulin I.V. Features of Sections Deformation of Bend Rein-Forced Concrete Elements Under Loads of High Intensity. *Building and reconstruction*. 2023; 107(3):3-16. (in Russian).
21. FIB Model Code 2010. CEB and FIP, 2011.
22. СП 63.13330.2018. СНиП 52-01–2003. Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. Moscow, Minstroy RF, 2020; 150. (in Russian).



УДК 624.012

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.2.30-40

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Comparative Study of High-Performance Concrete Beams Reinforced with St 37 Rebar and Damascus Steel Rebar

Mohammad Hematibahar¹, Nawal Kishor Banjara², Makhmud Kharun^{3*}

¹ Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran

² CSIR-Central Building Research Institute, Roorkee, India

³ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation

* miharun@yandex.ru

Keywords: high-performance concrete, St 37 steel rebar, Damascus steel rebar, tensile strength, flexural strength

Article history

Received: 21.05.2025

Revised: 01.06.2025

Accepted: 07.06.2025

For citation

Hematibahar M., Banjara N.K., Kharun M. Comparative Study of High-Performance Concrete Beams Reinforced with St 37 Rebar and Damascus Steel Rebar. *Reinforced Concrete Structures*. 2025; 2(10):30-40.

Abstract. This study investigated the differences between reinforcement with St 37 steel bars and Damascus steel bars. The studied beams were made of high-performance concrete (HPC) reinforced with St 37 steel rebars (SSR) of $\varnothing 10$, $\varnothing 12$ and $\varnothing 14$, as well as 150-, 250- and 350-layers of Damascus steel rebars (DSR). The flexural strength tests results showed that HPC beams with 250-layers of DSR (with an average tensile strength of 857.27 MPa) can withstand an average flexural load of 52.19 kN, while HPC beams with SSR of $\varnothing 10$ (with an average tensile strength of 485.34 MPa) can withstand an average of 69.52 kN. HPC beams with SSR, due to the ribbed structure of the steel rebars, are capable to withstand high flexural loads, whereas due to the absence of ribs on the surface of the DSR, HPC beams with it are capable to withstand low flexural loads, although the tensile strength of DSR is higher than that of SSR. The ribbed structure of the steel rebars is of fundamental importance for increasing the flexural strength, as it ensures the bond strength between the steel rebar and the concrete.

Несущая способность железобетонных балок из высокопрочного бетона с продольной арматурой из стали St 37 и дамасской стали

М. Хематибахар¹, Н.К. Банджара², М. Харун^{3*}

¹ Бабольский технологический университет имени Ноширвани, Баболь, Иран

² СНПИ-Центральный научно-исследовательский институт строительства, Рурки, Индия

³ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Российская Федерация

* miharun@yandex.ru

Mohammad Hematibahar, MSc., Civil Engineering Department, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran; ORCID: 0000-0002-0090-5745; E-mail: eng.m.hematibahar1994@gmail.com

Nawal Kishor Banjara, Dr., CSIR-Central Building Research Institute, Roorkee, India; ORCID: 0000-0002-7433-9379, E-mail: nawal1234@gmail.com

Makhmud Kharun, Ph.D., Associate Professor of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ORCID: 0000-0002-2773-4114, E-mail: miharun@yandex.ru

© Hematibahar M., Banjara N.K., Kharun M., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Ключевые слова: высокопрочный бетон, арматура из стали St 37, арматура из дамасской стали, предел прочности на разрыв, предел прочности на изгиб

История статьи

Поступила в редакцию: 21.05.2025

Доработана: 01.06.2025

Принята к публикации: 07.06.2025

Для цитирования

Хематибахар М., Банджара Н.К., Харун М. Несущая способность железобетонных балок из высокопрочного бетона с продольной арматурой из стали St 37 и дамасской стали // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 30–40.

Аннотация. В данном исследовании были рассмотрено влияние на несущую способность железобетонных балок из высокопрочного бетона продольного армирования, выполненного стержнями из стали St 37 и из дамасской стали. Исследуемые балки были изготовлены из высокопрочного бетона (HPC) и армировались стальными стержнями St 37 (SSR) диаметром $\varnothing 10$, $\varnothing 12$ и $\varnothing 14$, а также 150-, 250- и 350-слойными стальными стержнями из дамасской стали (DSR). Результаты испытаний несущей способности при изгибе показали, что балки из высокопрочного бетона и арматурой из дамасской стали (DSR) с 250 слоями со средней прочностью на разрыв 857,27 МПа могут выдерживать нагрузку 52,19 кН, в то время как балки из высокопрочного бетона, армированные стержнями SSR $\varnothing 10$ со средней прочностью на разрыв 485,34 МПа, могут выдерживать в среднем 69,52 кН. Балки из высокопрочного бетона с арматурой из стали SSR благодаря периодическому профилю способны выдерживать более высокую нагрузку при изгибе, в то время как балки с арматурой из дамасской стали DSR с гладкой поверхностью воспринимали более низкие нагрузки, хотя прочность на разрыв DSR выше, чем у SSR. Периодический профиль арматурных стержней имеет основополагающее значение для увеличения несущей способности при изгибе, поскольку обеспечивает прочность сцепления между стальной арматурой и бетоном.

INTRODUCTION

High-performance concrete (HPC) has excellent performance and is widely used in construction due to its high compressive strength, high toughness, high durability, high compact and density [1–4]. Many experiments have been conducted to study HPC and HPC structural elements using different types of reinforcement such as different types of fibers, 3D-printed reinforcement, steel rebars, etc. Hasanzadeh et al. [5] and Kharun et al. [6] carried out experimental studies on the effect of chopped basalt fiber on the mechanical properties of HPC. Their experimental result showed that chopped basalt fiber improved the mechanical properties of HPC. Alaraza et al. [7] investigated the effect of MiniBars basalt fiber fraction on the mechanical properties of HPC. The results of their experiment showed that a small amounts of MiniBars basalt fiber does not affect the compressive strength and elastic modulus of HPC, and when the dosage of MiniBars basalt fiber increases by more than 1.2 %, it even has a negative effect. However, MiniBars basalt fiber significantly increased the flexural strength even at low percentages, reaching the optimum effect at 0.9 %. Hematibahar, et al. [8] studied the compressive strength and compressive stress-strain of basalt fiber reinforced HPC. Their study results show that the inclusion of basalt fiber in HPC resulted in a decrease in the compressive strength. Vatin, et al. [9] conducted a series of laboratory experiments on the chopped basalt fiber and MiniBars basalt fiber reinforced high-performance concrete. They found that both chopped basalt fiber and MiniBars basalt fiber improved the flexural properties of HPC. Moein, et al. [10] investigated the impact resistance of HPC containing different types of steel fibers. They found that steel fibers improved the mechanical properties of HPC, and hooked steel fibers were more effective in increasing impact strength than crimped steel fibers.

Мохаммад Хематибахар, магистр, департамент промышленного и гражданского строительства, Бабольский технологический университет имени Ноширвани, Баболь, Иран; ORCID: 0000-0002-0090-5745, E-mail: eng.m.hematibahar1994@gmail.com

Навал Кишор Банджара, кандидат технических наук, доцент, СНПИ-Центральный научно-исследовательский институт строительства, Рурки, Индия; ORCID: 0000-0002-7433-9379, E-mail: nawal1234@gmail.com

Махмуд Харун, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; ORCID: 0000-0002-2773-4114, E-mail: miharun@yandex.ru

Afroughsabet et al. [11] conducted experiments to study the effect of steel and polypropylene fibers on chloride diffusivity and drying shrinkage of HPC. They observed that the inclusion of steel fibers improved the mechanical properties and chloride diffusivity of HPC, whereas the inclusion of polypropylene fibers resulted in a decrease in the chloride diffusivity. Farias et al. [12] studied the flexural behavior of concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymer and steel bars. They found that adding steel rebars into the concrete beam as load-bearing reinforcement successfully withstand the flexural load. Chiadighikaobi et al. [13] evaluated the mechanical behavior of HPC beams reinforced with different types of 3D-printed trusses. They noted that the use of the 3D-printed Warren truss showed the best performance among other types of trusses in terms of flexural strength, which means that the geometry of the reinforcement is the most important factor in improving mechanical properties. Hematibahar et al. [14] studied HPC beams reinforced with 3D-printed trusses and 3D-printed hyperboloid shells on the mechanical properties and load-bearing capacity. They found that 3D-printed trusses performed better than 3D-printed hyperboloid shells. Hematibahar et al. [15] investigated the mechanical properties of HPC beams reinforced with four types of 3D-printed patterns. They found that 3D-printed honeycomb structure performed better than other 3D-printed structures. Chen Z. et al. [16] investigated the pull-out performance of steel rebar in HPC with hybrid steel fibers and synthetic fibers. Mohinderu et al. [17] conducted an experimental study of hybrid fiber reinforced HPC on beam-column joints fabricated using high-yield strength deformed steel bars to improve seismic performance. Their study demonstrated a significant increase in the strength of the experimental samples compared to control samples.

St 37 steel are made from a low-carbon steel and are widely used in construction. They are characterized by good weldability and ductility [18–22], which makes them more suitable for use in reinforcing concrete structures that require flexibility. In the USA it is usually designated as A36, in Europe as S235JR, in India as IS226, in China Q235B and in Japan as SS400.

The term “Damascus steel” originates in the medieval city of Damascus, Syria, possibly as an early example of branding, however, it is now generally accepted that the steel ingots were imported either from South India (where it was known as Wootz steel), where steel production techniques were first developed [23], or from Khorasan, Iran [24]. Damascus steel is a high-carbon steel known for its strength and hardness, characterized by a distinctive layered pattern produced by pattern welding [25–30], however, the lack of research on the application of this type of steel rebars in concrete structures hinders decision making in construction.

Analysis of scientific and technical information shows that many studies have been devoted to HPC with various types of reinforcement, but the use of St 37 steel rebars (SSR) and Damascus steel rebars (DSR) as reinforcement has not yet been studied.

The objective of this study is to investigate the physical and mechanical characteristics of SSR and DSR, and the use of SSR and DSR as reinforcement in HPC beams and compare their flexural performance.

MATERIALS AND METHODS

The present experimental study focuses on HPC reinforced with SSR and DSR. The materials used in this study and their characteristics are described below.

The following composition was used to produce the HPC mixture (Table 1):

- Binder — Portland cement CEM I 42.5 N;
- Fine aggregate — sand with a fineness modulus of 2.7;
- Coarse aggregate — granite crushed stone of fraction 7–14 mm;
- Filler — glass powder;
- Organo-mineral additive — microsilica;
- Plasticizer — SikaPlast®Concrete in liquid form;
- Tap water for mixing.

Table 1

Composition of HPC mixture						
Cement, kg/m ³	Fine aggregate, kg/m ³	Coarse aggregate, kg/m ³	Glass powder, kg/m ³	Microsilica, kg/m ³	Plasticizer, l/m ³	Water, l/m ³
500	1,100	350	200	100	10	190

In this experiment, SSR with diameters of 10, 12 and 14 mm, and DSR of 150-, 250- and 350-layers were used.

For the compressive strength testing of HPC, control samples of $100 \times 100 \times 100$ mm³ were produced.

To visualize the external morphology and crystalline structure of the rebars, as well as to determine their elemental composition, scanning electron microscopy (SEM) and energy dispersive spectroscopy (EDS) analysis were performed, respectively.

Tensile strength tests on rebars were conducted in accordance with ASTM A370-24.

For flexural strength testing, HPC beams of $35 \times 10 \times 10$ cm³ size reinforced with SSR and DSR were produced. Control beams of size $35 \times 10 \times 10$ cm³ were produced without SSR and DSR.

All HPC samples were kept in wet sawdust in an air-humid environment for 28 days at room temperature of 19–23 °C.

Compressive strength tests were performed in accordance with ASTM C109/C109M-20 and flexural strength tests were performed in accordance with ASTM C78/C78M-18. Strength tests were carried out on a hydraulic press with a force of up to 1,500 kN in compression and 150 kN in bending. The schematic diagram of the flexural strength test of HPC beams is shown in Fig. 1.

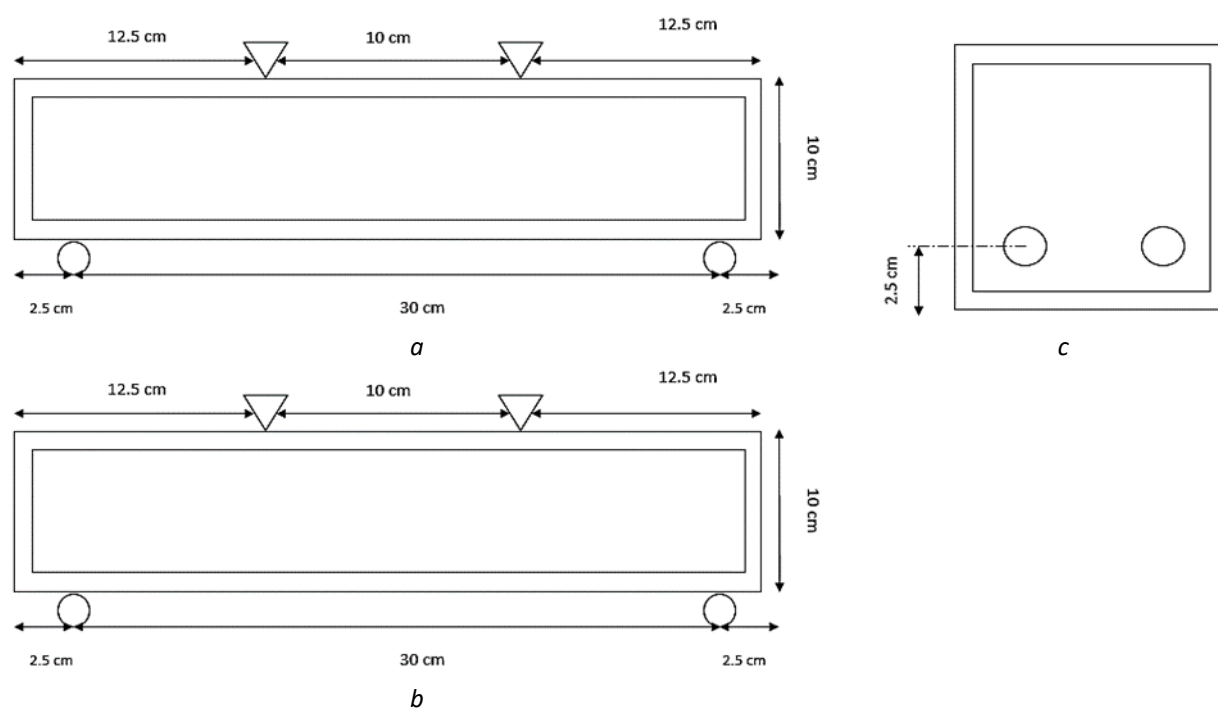


Fig. 1. Schematic diagram of the flexural strength test of beams:

a — four-point flexural strength test scheme of beams; *b* — placement of steel rebars in beams; *c* — side section of beams with steel rebars

RESULTS AND DISCUSSION

The results of the compressive strength tests of HPC control samples are shown in Fig. 2. According to our tests, the average compressive strength of HPC control samples was 43.64 MPa.

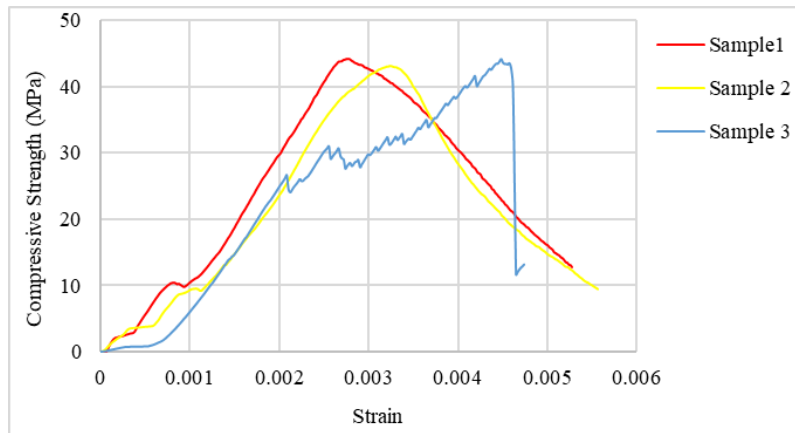


Fig. 2. Dependence of compressive strength on deformation of high-performance concrete control samples

The nature of the destruction of SSR during tensile testing is shown in Fig. 3. The results of the tensile strength tests of SSR are presented in Table 2 and Fig. 4.

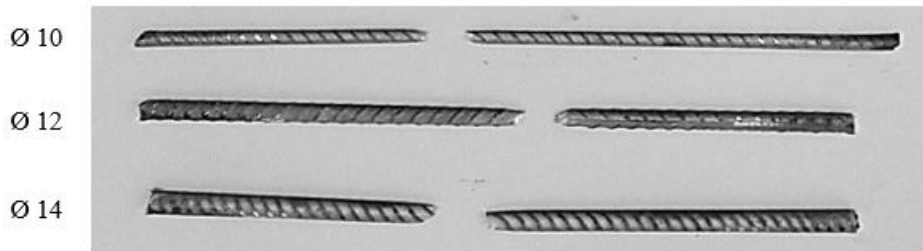


Fig. 3. Nature of the destruction of steel rebars of grade St 37 during tensile testing

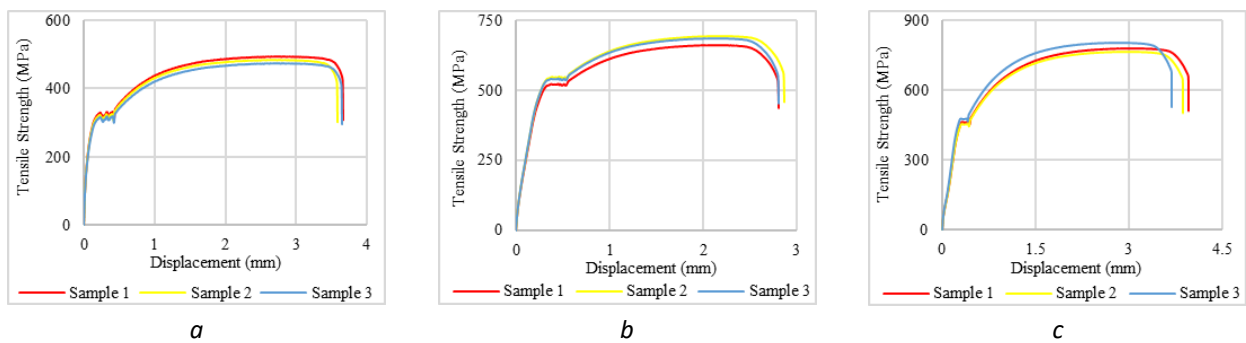


Fig. 4. Tensile strengths of steel rebars of grade St 37: a — Ø10; b — Ø12; c — Ø14

Table 2

Tensile strengths of steel rebars of grade St 37				
St 37 steel rebars	Maximum tensile strengths, MPa	Average tensile strengths, MPa	Maximum displacements, MPa	Elongations, %
Ø 10	495.18	485.34	3.65	21.87
Ø 12	692.53	679.23	2.86	13.91
Ø 14	802.61	782.33	3.95	23.76

Fig. 5 shows the nature of the destruction of DSR during tensile testing.

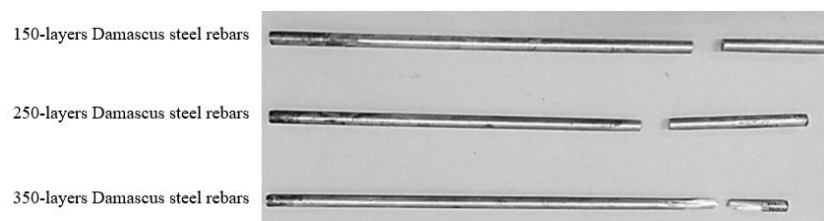


Fig. 5. Nature of the destruction of Damascus steel rebars during tensile testing

The results of the tensile strength tests of DSR are presented in Table 3 and Fig. 6.

Table 3

Tensile strengths of Damascus steel rebars				
Samples	Maximum tensile strengths, MPa	Average tensile strengths, MPa	Maximum displacements, MPa	Elongations, %
150-layers	881.38	855.52	1.44	7.16
250-layers	874.65	857.27	1.91	6.8
350-layers	869.41	852.13	1.66	6.74

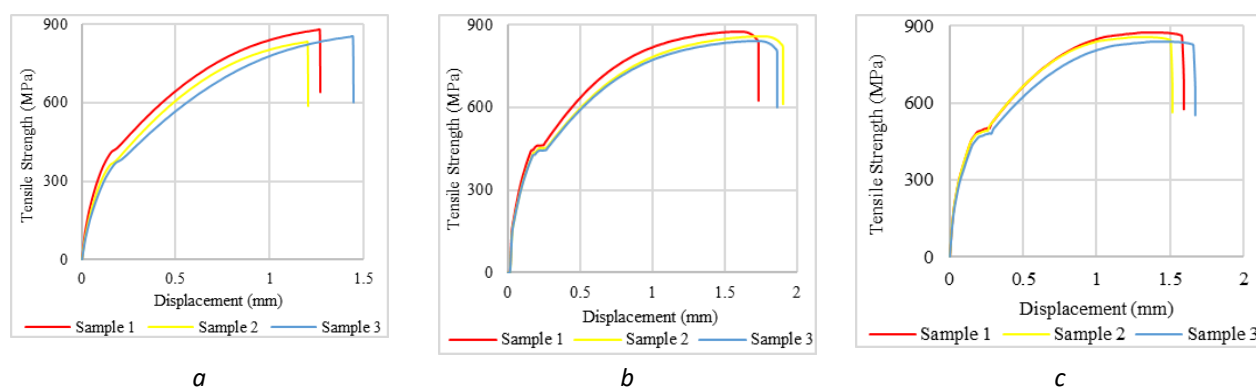


Fig. 6. Tensile strengths of Damascus steel rebars: *a* — 150-layers; *b* — 250-layers; *c* — 350-layers

To understand the differences between the different types of HPC beams, control beams were first tested. Table 4 and Fig. 7 provide data on flexural load and displacement of the control beams.

Table 4

Flexural strength test data for control beams			
Samples	Maximum flexural load, kN	Average flexural load, kN	Maximum displacement, mm
Control beam 1	11.15	10.83	2.21
Control beam 2	10.32		2.22
Control beam 3	11.02		2.26

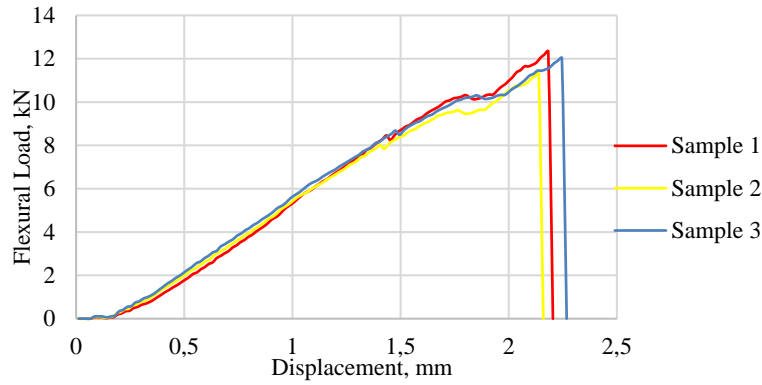


Fig. 7. Dependence of flexural load and displacement of control beams

Table 4 shows that the control beams failed at an average flexural load of 10.83 kN, and the maximum displacement was 2.26 mm. The control beams (beams without any reinforcement) broke suddenly, without any cracks before failure (Fig. 7).

Table 5 and Fig. 8 present the flexural load and displacement data for HPC beams reinforced with 10-, 12- and 14-mm diameter SSR.

Table 5

Flexural strength test data for beams with 10-, 12- and 14-mm diameter St 37 steel rebars

Samples	Maximum flexural load, kN	Average flexural load, kN	Maximum displacement, mm
SSR-10 (1)	70.02	69.52	5.45
SSR-10 (2)	71.66		5.67
SSR-10 (3)	66.89		5.56
SSR-12 (1)	66.87	65.26	14.39
SSR-12 (2)	64.56		13.67
SSR-12 (3)	64.36		16.40
SSR-14 (1)	70.43	69.76	9.27
SSR-14 (2)	66.59		9.02
SSR-14 (3)	72.27		9.74

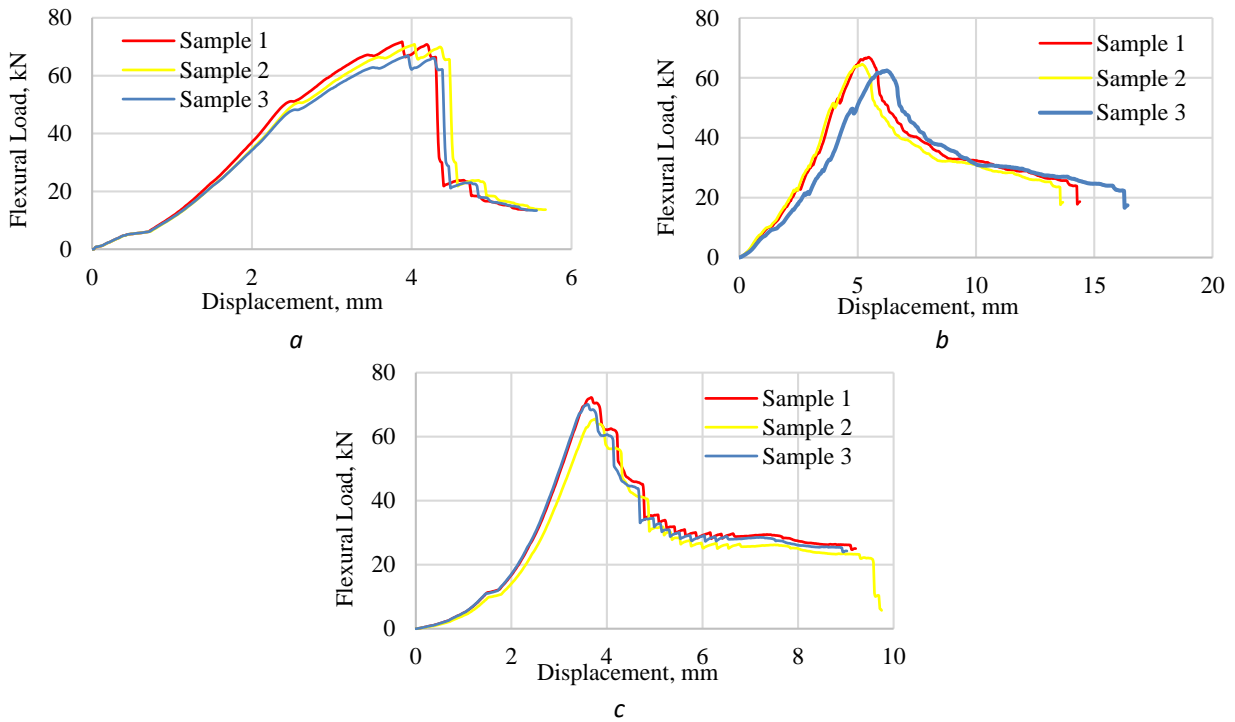


Fig. 8. Dependence of flexural load and displacement of beams with St 37 steel rebars: *a* — $\varnothing 10$; *b* — $\varnothing 12$; *c* — $\varnothing 14$

Compared to the control beams, the beams with SSR failed slowly, with cracks appearing that gradually widened before failure (Fig. 8). The flexural strength of the HPC beam reinforced with $\varnothing 10$ SSR increased by more than 640 % compared to the control beams, while the average flexural load before failure of the HPC beams reinforced with $\varnothing 12$ and $\varnothing 14$ SSR increased to 65.26 kN and 69.76 kN, respectively (Table 4, 5).

Table 6 and Fig. 9 show the flexural load and displacement data for HPC beams reinforced with 150-, 250- and 350-layers DSR.

Table 6

Flexural strength test data for beams with 150-, 250- and 350-layers Damascus steel rebars			
Samples	Maximum flexural load, kN	Average flexural load, kN	Maximum displacement, mm
DSR-150 (1)	47.18	46.42	7.53
DSR-150 (2)	45.84		7.76
DSR-150 (3)	46.23		7.99
DSR-250 (1)	55.23	52.19	9.15
DSR-250 (2)	51.43		9.31
DSR-250 (3)	49.88		9.78
DSR-350 (1)	36.98	36.98	13.23
DSR-350 (2)	36.12		14.55
DSR-350 (3)	37.85		11.64

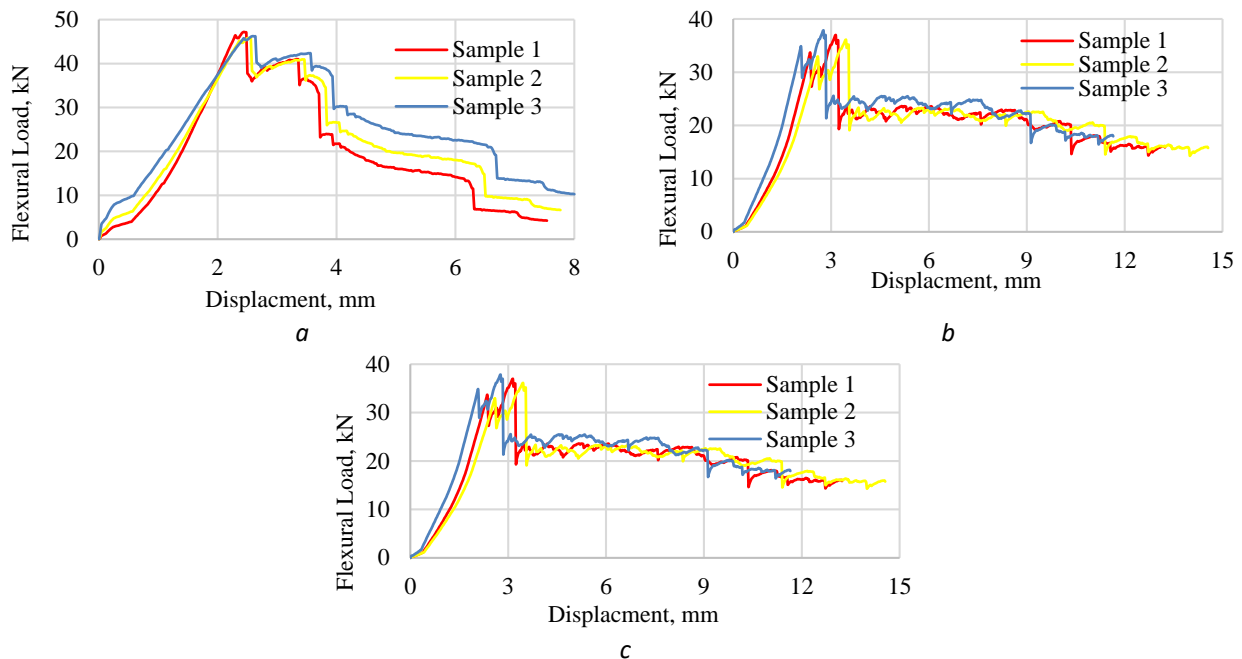


Fig. 9. Dependence of flexural load and displacement of beams with Damascus steel rebars:
a — 150-layers; *b* — 250-layers; *c* — 350-layers

HPC beams reinforced with DSR also failed slowly, as in the case of SSR, with cracks appearing that gradually widened before failure (Fig. 9). The best performance was demonstrated by HPC beams reinforced with 250-layers DSR, the average flexural load before failure was 52.19 kN with a maximum displacement of 9.78 mm (Table 6). The maximum displacement of the HPC beam reinforced with 350-layers DSR increased by more than 640 % compared to the control beams (Table 4, 6).

The photographs in Fig. 10 show the crack formation behavior and failure mechanism in HPC samples reinforced with SSR and DSR.

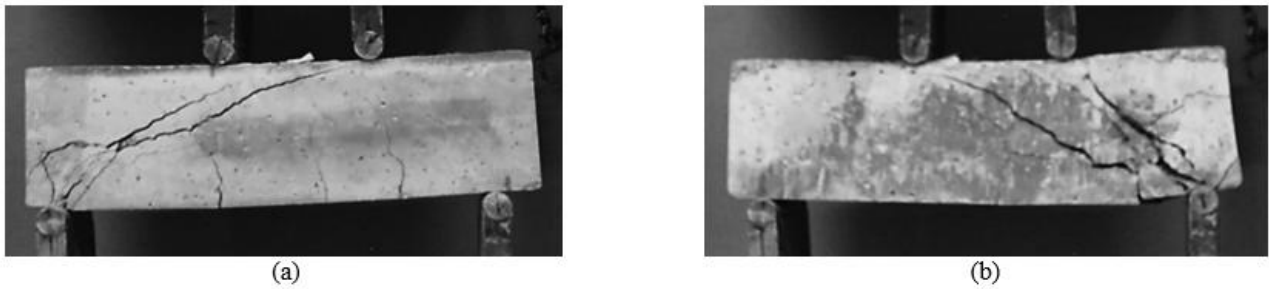


Fig. 10. Crack formation behavior and failure mechanism of beams reinforced with steel rebars:
a — St 37 steel rebars; *b* Damascus steel rebars

Beams reinforced with SSR exhibited vertical cracks at midspan at the onset of loading followed by shear cracks near the supports, while beams reinforced with DSR exhibited share cracks from the onset until failure. Flexural strength tests show that although DSR has better mechanical properties such as tensile strength than SSR, the flexural strength of HPC reinforced with SSR exceeds the flexural strength of HPC reinforced with DSR.

The photographs in Fig. 11 illustrate the bonding of HPC to the steel rebars. As can be seen from the photos, the bond between HPC and DSR was poor, so the flexural strength was less than HPC with SSR. The bond behavior between concrete and steel rebars has been studied and well recognized by many researchers. Abed et al. [31] and Alharbi et al. [32] found that good bonding between concrete and steel rebar increased the flexural strength by 40–64 %. The ribbed structure of the steel rebars such as SSR is fundamental to improving flexural strength as it provides the bond strength of steel rebars to concrete. Damascus steel can be very strong. However, its layered structure may not provide the same level of uniform strength as modern high-strength steel alloys used in rebars, especially under the stresses of concrete reinforcement, and is not a practical choice for structural reinforcement in construction.

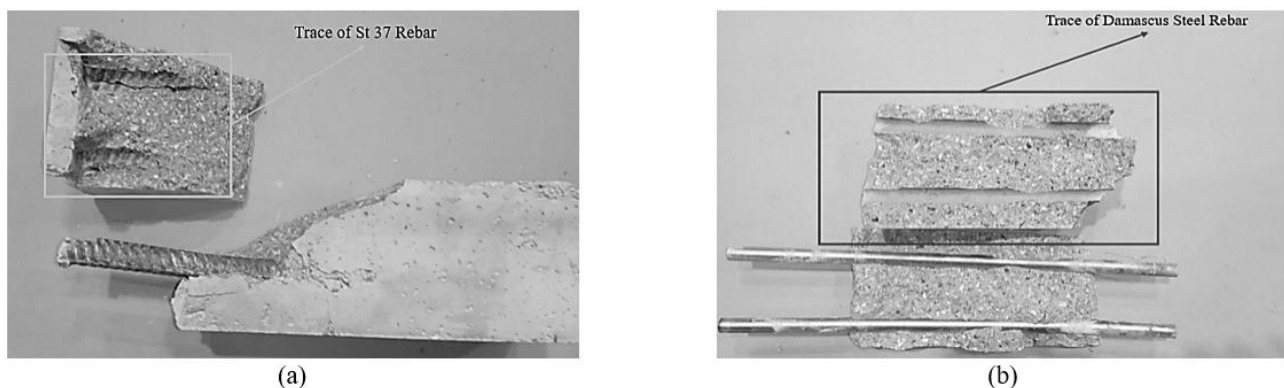


Fig. 11. Trace of rebars inside concrete: *a* — St 37 steel rebar; *b* Damascus steel rebar

CONCLUSIONS

This study investigated the differences between reinforcing high-performance concrete beams with St 37 steel rebars and Damascus steel rebars. The results of the research indicate the following:

1. Damascus steel rebars demonstrate significant tensile strength compared to St 37 steel rebars.

2. High-performance concrete beams reinforced with St 37 steel rebars are capable to withstand high flexural loads compared to beams reinforced with Damascus steel rebars, although the tensile strength of Damascus steel rebar is higher than that of St 37 steel rebars.

3. The ribbed structure of St 37 steel rebars, compared to Damascus steel rebars, is of fundamental importance for increasing the flexural strength, since it ensures the bond strength of steel rebars to concrete.

4. High-performance concrete beams reinforced with St 37 steel rebars exhibit vertical cracks at midspan at the onset of loading followed by shear cracks near the supports, indicating a controlled failure mechanism, while beams reinforced with Damascus steel rebars exhibit shear cracks from the onset until failure, indicating a non-ductile behavior.

5. The layered structure of Damascus steel rebars does not provide the same level of uniform strength as St 37 steel rebars and is not a practical choice for reinforcing load-bearing structures.

REFERENCES / СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aitcin P.C. The durability characteristics of high performance concrete: a review. *Cement and Concrete Composites*. 2003; 25:409-420.
2. Ayub T., Shafiq N., M. Nuruddin M.F. Mechanical properties of high-performance concrete reinforced with basalt fibers. *Procedia Engineering*. 2014; 77:131-139.
3. Chen X., Zhang L., Yu H., Ma H., Qiao H., Yang L., Haotian Fan H., Du Q. Mechanical performance and durability evolution of high-performance concrete components exposed to western salt lake environment. *Construction and Building Materials*. 2025; 490:142582.
4. Liu J., Yuting Cai Y., Shi F., Guo C., Zhang X., Li S., Zhou X., Zhou Y., Liu H., Meng Sun M., Wu S. Fracture analysis of high-performance concrete impacted by abrasive water jet. *Powder Technology*. 2025; 465:121326.
5. Hasanzadeh A., Vatin N.I., Hematibahar M., Kharun M., Shooshpasha I. Prediction of the mechanical properties of basalt fiber reinforced high-performance concrete using machine learning techniques. *Materials*. 2022; 15(20):7165.
6. Kharun M., AlAraza H.A.A., Hematibahar M., AlDaini R., Manoshin A.A. Experimental study on the effect of chopped basalt fiber on the mechanical properties of high-performance concrete. *AIP Conference Proceedings*. 2022; 2559:050017.
7. Alaraza H., Kharun M., Chiadighikaobi P. The effect of Minibars basalt fiber fraction on mechanical properties of high-performance concrete. *Cogent Engineering*. 2022; 213660.
8. Hematibahar M., Vatin N.I., Alaraza H.A., Khalilavi H., Kharun M. The prediction of compressive strength and compressive stress-strain of basalt fiber reinforced high-performance concrete using classical programming and logistic map algorithm. *Materials*. 2022; 15(19):6975.
9. Vatin N.I., Hematibahar M., Gebre T.H. Chopped and Minibars reinforced high-performance concrete: machine learning prediction of mechanical properties. *Frontiers in Built Environment*. 2025; 11:1558394.
10. Moein M.M., Ashkan Saradar A., Komeil Rahmati K., Shirkouh A.H., Sadrinejad I., Aramali V., Moses Karakouzian M. Investigation of impact resistance of high-strength Portland cement concrete containing steel fibers. *Materials*. 2022; 15:7157.
11. Afroughsabet V., Biolzi L., Monteiro P.J.M. The effect of steel and polypropylene fibers on the chloride diffusivity and drying shrinkage of high-strength concrete. *Composites Part B: Engineering*. 2018; 139:84-96.
12. Farias C., Pessi S., Wanderlind A., Piva J., Pavei E. Flexural behavior of concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymer and steel bars. *Revista de la Construcción. Journal of Construction*. 2022; 21(3):506-522.
13. Chiadighikaobi P.C., Hasanzadeh A., Hematibahar M., Kharun M., Mousavi M.S., Stashevskaya N.A., Adegoke M.A. Evaluation of the mechanical behavior of high-performance concrete (HPC) reinforced with 3D-Printed trusses. *Results in Engineering*. 2024; 22:102058.
14. Hematibahar M., Hasanzadeh A., Kharun M., Beskopylny A.N., Stel'makh S.A., Shcherban' E.M. The influence of three-dimensionally printed polymer materials as trusses and shell structures on the mechanical properties and load-bearing capacity of reinforced concrete. *Materials*. 2024; 17.
15. Hematibahar M., Milani A., Fediuk R., Amran M., Bakhtiary A., Kharun M., Mousavi M.S. Optimization of 3D-printed reinforced concrete beams with four types of reinforced patterns and different distances. *Engineering Failure Analysis*. 2025; 168:109096.

16. Chen Z., Liu J., Zhu F., Feng K., Boumakis I. Experimental studies on pullout performance of anchor studs in high-performance concrete with hybrid steel fibers and synthetic fibers. *Journal of Building Engineering*. 2025; 111:113380.
17. Mohinderu K., Chadha K., Pandey D.K., Bansal P.P. An experimental investigation of confinement effectiveness of GFRP wrapping on beam-column joints retrofitted with high-performance hybrid fiber reinforced concrete. *Structures*. 2025; 80:109734.
18. Burhanuddin Y., Harun S., Ibrahim G.A., Hamni A. Optimization of tool wear and surface roughness in ST-37 steel turning process with varying tool angles and machining parameters. *Jurnal Polimesin*. 2024; 22(3):315.
19. Dong X., Wang G., Ghaderi M. Experimental investigation of the effect of laser parameters on the weld bead shape and temperature distribution during dissimilar laser welding of stainless steel 308 and carbon steel St 37. *Infrared Physics & Technology*. 2021; 116:103774.
20. Khodadadi A., Shamanian M., Karimzadeh F. Microstructure and mechanical properties of dissimilar friction stir spot welding between St37 steel and 304 stainless steel. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2017; 26:2847-2858.
21. Khosrovanezhad H., Shamanian M., Rezaeian A., Kangazian J., Nezakat M., Szpunar J.A. Insight into the effect of weld pitch on the microstructure-properties relationships of St 37/AISI 316 steels dissimilar welds processed by friction stir welding. *Materials Characterization*. 2021; 177:111188.
22. Setiawan D., Sutrimo I., Nugraha G., Ardi H. M., Okviyanto T. Analysis of mechanical properties of ST 37 carbon steel on the variation of SMAW current strength and bending angle. *Jurnal Elektro dan Mesin Terapan*. 2023; 9(1):1-10.
23. Katragadda G. The mystery of the Damascus sword and India's materials heritage. *Forbes India Blogs*. 2012. URL: <https://www.forbesindia.com/blog/technology/the-mystery-of-the-damascus-sword-and-indias-materials-heritage-260907.html>
24. Bronson B. The making and selling of wootz, a crucible steel of India. *Archeomaterials*. 1986; 1:13-51.
25. Mintách R., Novy F., Bokuvka O., Chalupová M. Impact strength and failure analysis of welded Damascus steel. *Materials Engineering*. 2012; 19(1):22-28.
26. Sherby O.D., Wadsworth J. Ancient blacksmiths, the Iron Age, Damascus steels, and modern metallurgy. *Journal of Materials Processing Technology*. 2001; 117(3):347-353.
27. Surugiu I., Coteață M., Jureschi Ș., Slatineanu L. Functional requirements and design parameters in the manufacturing of Damascus steel. *Bulletin of the Polytechnic Institute of Iași Machine — Constructions Section*. 2024; 70(2):41-50.
28. Verhoeven J. D., Pendray A.H. On the origin of the Damask pattern of Damascus steels. *Materials Characterization*. 2001; 47(1):79.
29. Verhoeven J. D., Peterson D.T. What is a Damascus steel? *Materials Characterization*. 1992; 29(4):335-341.
30. Židzik A., Mitařová Z., Botko F., Simkulet V., Botková D., Mitař D. Evaluation of mechanical properties of Damascus steel. *TEM Journal*. 2021; 10(4):1616-1620.
31. Abed M., Alkurdi Z., Ahmed K., Kovács T., Nehme S.G. Numerical evaluation of bond behavior of ribbed steel bars or seven-wire strands embedded in lightweight concrete. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2020; 65(2):385-396.
32. Alharbi Y.R., Galal M., Abadel A.A., Kohail M. Bond behavior between concrete and steel rebars for stressed elements. *Ain Shams Engineering Journal*. 2021; 12(2):1231-1239.



УДК 539.313:624.074:517.958:514.77:531.43

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.2.41-57

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Обобщенная теория балки Эйлера – Бернулли с возвратным потенциалом

В.А. Нецадимов^{1*}

¹ *Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Российская Федерация*

*expertor@internet.ru

Ключевые слова: теория балки Эйлера – Бернулли, геометрическая нелинейность, возвратный потенциал, аналитические решения задач геометрической нелинейности, обобщенная теория балки, топологическое пространство, топологическая абсцисса, строительная механика

История статьи

Поступила в редакцию: 30.05.2025

Доработана: 05.06.2025

Принята к публикации: 07.06.2025

Для цитирования

Нецадимов В.А. Обобщенная теория балки Эйлера – Бернулли с возвратным потенциалом // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 41–57.

Аннотация. В 1749 г. Л. Эйлер, опираясь на идеи Якоба и Даниила Бернулли, сформулировал теорию балки в точной постановке с гипотезой плоских сечений. Позднее П.-С. Жирар линейризовал кривизну, упростив получение аналитических решений, а Б.П.Э. Клапейрон выразил ее через производные функции прогиба. В результате модель Эйлера – Бернулли разделилась на два класса: линейную (классическую) постановку с кривизной Жирара и так называемую «точную» геометрически нелинейную постановку с кривизной Эйлера – Клапейрона. В настоящей работе показано, что класс геометрически нелинейных задач является методологическим заблуждением. Функция $u(x)$, традиционно интерпретируемая как прогиб, представляет собой развертку топологического пространства на плоскость в декартовой системе и отображает расстояние от топологической абсциссы до нейтральной оси деформированной балки. Начальный участок абсциссы близок к прямолинейному, что оправдывает использование классической модели при малых деформациях. Однако при больших деформациях даже «точная» формула кривизны оказывается некорректной. Введен новый силовой фактор — возвратный потенциал P , который замыкает систему уравнений и связывает углы поворота с внешней поперечной нагрузкой. Обобщение теории балки в прямолинейной и криволинейной (топологической) системах координат с обобщенной переменной i позволило установить глубокую связь между этими расчетными пространствами и восстанавливать точную геометрию балки на основе классических решений Эйлера – Бернулли. Таким образом, работа завершает фундаментальную задачу Якоба Бернулли (1694), в которой линейность и гипотеза плоских сечений сохраняются на всем диапазоне упругой работы.

Generalized Euler – Bernoulli Beam Theory with Return Potential

V.A. Neshchadimov^{1*}

¹ *Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), Moscow, Russian Federation*

*expertor@internet.ru

Виктор Александрович Нецадимов, канд. техн. наук, ст. преподаватель кафедры железобетонных и каменных конструкций, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; eLIBRARY SPIN-код: 4558-1454, ResearcherID: HTS-6654-2023, ORCID: 0009-0006-3368-0905, E-mail: expertor@internet.ru

© Нецадимов В.А., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Keywords: Euler – Bernoulli beam theory, geometrical nonlinearity, restoring potential, analytical solutions to geometrically nonlinear problems, generalized beam theory, topological space, topological abscissa, structural mechanics

Article history

Received: 30.05.2025

Revised: 05.06.2025

Accepted: 07.06.2025

For citation

Neshchadimov V.A. Generalized Euler – Bernoulli Beam Theory with Return Potential. *Reinforced Concrete Structures*. 2025; 2(10):41-57.

Abstract. In 1749, L. Euler, building on the ideas of Jakob and Daniel Bernoulli, formulated beam theory in an exact formulation with the hypothesis of plane sections. Later, P.-S. Girard linearized the curvature, simplifying the derivation of analytical solutions, and B.P.E. Clapeyron expressed it in terms of derivatives of the deflection function. As a result, the Euler – Bernoulli model split into two classes: the linear (classical) formulation with Girard’s curvature and the so-called “exact” geometrically nonlinear formulation with Euler – Clapeyron curvature.

This work demonstrates that the class of geometrically nonlinear problems is a methodological fallacy. The function $y(x)$, traditionally interpreted as the deflection function, is in fact a mapping of a topological space onto a plane in the Cartesian system and describes the distance from the topological abscissa to the neutral axis of the deformed beam. The initial segment of the topological abscissa is nearly rectilinear, which justifies the use of the classical model for small deformations. However, for large deformations, even the “exact” curvature formula proves to be incorrect.

A new force component — the restoring potential P — is introduced, which closes the system of equations and links the rotation angles to the external transverse load. The generalization of beam theory in rectilinear and curvilinear (topological) coordinate systems using a generalized variable i has revealed a deep connection between these computational spaces and enables the reconstruction of the exact geometry of the deformed beam based on classical Euler – Bernoulli solutions.

Thus, this work resolves the fundamental problem posed by Jakob Bernoulli (1694), establishing a generalized beam theory in which linearity and the hypothesis of plane sections are preserved throughout the entire range of elastic behavior.

ВВЕДЕНИЕ

В 1694 г. Якоб Бернулли [1–4] сформулировал фундаментальную задачу изгиба балки, предложив использовать понятие изгибающего момента — концепцию, без которой современная теория балок была бы невозможна.

Даниил Бернулли [5–7] внес ключевой вклад, сформулировав гипотезу плоских сечений и принцип суперпозиции. Эти идеи легли в основу аналитических моделей, позволив описывать деформации балки строгими математическими средствами.

На основе этих достижений Леонард Эйлер в 1744 г. разработал теорию балки в точной геометрически нелинейной постановке [8]. Эта теория задала высочайший стандарт строгости и глубины математического описания, остававшийся недостижимым для многих последователей.

Позднее Пьер-Симон Жирар [9] упростил уравнения Эйлера, линеаризовав кривизну балки в прямолинейной системе координат как $\kappa(x) = y''(x)$, и тем самым фактически исправил допущение Эйлера о свободной деформации балки в продольном направлении. До настоящего времени, включая суждение самого Жирара, считалось, что это преобразование основано на допущении малых углов поворота ($y' \ll 1$), которое позволяет получать простые линейные, но приближенные решения. В настоящей работе аналитически показано, что между кривизной и второй производной функции прогиба в прямолинейной системе координат существует точная линейная зависимость при условии продольной фиксации балки.

Victor A. Neshchadimov, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; eLIBRARY SPIN-code: 4558-1454, ResearcherID: HTS-6654-2023, ORCID: 0009-0006-3368-0905, E-mail: expertor@internet.ru

Монография [9] была высоко оценена английским математиком Исааком Тодхантером, который писал [10]:

«Эта работа весьма удачно завершает труды XVIII века. Это первый практический трактат по упругости; и одна из первых попыток провести исследовательские эксперименты по упругим свойствам балок. Она ценна не только тем, что содержит все знания того времени по этому предмету, но также и по причине замечательного исторического введения...»

По замечанию рецензента, работа была начата в 1787 г., ее части представлены в Академию в 1792 г., а окончательная публикация отложена до завершения серии экспериментальных исследований упругих тел, проведенных в Гавре.

Однако гениальность Эйлера проявилась в том, что, определяя радиус кривизны в прямолинейной системе координат (подход, который, как показано в настоящей работе, имеет ограничения и который сам Эйлер рассматривал с оговоркой $dx \approx \text{const}$), он также предложил альтернативное представление кривизны балки в криволинейной системе координат в виде производной угла наклона касательной по длине дуги: $\kappa(s) = -\theta'(s)$ Эта точная формулировка легла в основу настоящего исследования и используется для построения аналитических решений для балок, свободных в продольном направлении.

В первой четверти XIX в. Луи Мари Анри Навье [11] сделал принципиальное расширение модели Эйлера, введя понятие поперечной силы и связав ее с производной изгибающего момента. Этот шаг существенно обогатил теорию и расширил ее возможности.

Бенуа Поль Эмиль Клапейрон [12] обобщил идеи Эйлера и Навье, переписав уравнения равновесия с учетом соотношений Навье и выразив их через кривизну $\kappa(x)$ Эта работа стала важным этапом в систематизации и распространении теории балки, хотя по существу являлась интерпретацией строгой постановки Эйлера с использованием понятий, введенных Навье.

Следует отметить, что даже в строгой геометрически нелинейной постановке радиус кривизны задается с допущением, которое ограничивает продольные перемещения балки. Однако гениальность Эйлера заключалась в том, что также в качестве альтернативы он связал кривизну балки в криволинейной системе координат с производной угла наклона касательной по длине дуги. Эта точная формулировка легла в основу настоящей работы и используется для построения аналитических решений.

Настоящая работа представляет собой обобщение теории балки Эйлера – Бернулли, рассмотренной одновременно в двух расчетных пространствах: прямолинейном (декартовом) и криволинейном (топологическом). Показано, что функция $y(x)$, традиционно интерпретируемая как «функция прогиба», в действительности представляет собой развертку топологического пространства деформированной балки из криволинейной системы координат на прямолинейную ось. Эта развертка хранит закодированную информацию об углах поворота сечений, кривизне и внутренних усилиях, выступая посредником между локальной геометрией и глобальной формой конструкции.

В новой парадигме становится очевидно: классическая теория Эйлера – Бернулли решается не в физическом пространстве, а в абстрактном топологическом пространстве, которое хранит полную информацию о деформированном состоянии балки. Здесь поперечная нагрузка $q(x)$, Н/м, выступает не просто как сила на единицу длины, а как величина с размерностью пространства (-1) -й степени — своеобразная «топологическая плотность» внешнего воздействия. Каждая последующая производная функции прогиба $y(x)$ поднимает нас на следующую ступень иерархии:

- $dy^{(4)} \sim q(x)$: поперечная нагрузки в пространстве (-1) , размерность $\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$;
- $dy^{(3)} \sim Q(x)$: поперечная сила, $\text{Н} \cdot \text{м}^0$;
- $dy''(x) \sim M(x)$: изгибающий момент, $\text{Н} \cdot \text{м}^1$;
- $dy'(x) \sim P(x)$: возвратный потенциал, $\text{Н} \cdot \text{м}^2$.

Таким образом, функция $y(x)$ — это не просто график прогиба, а проекция (или развертка) топологического пространства на прямолинейную (декартову) систему координат, как уже отмечалось ранее. Введенный возвратный потенциал $P(x)$ играет ключевую роль: он соединяет два расчетных пространства, выступает своеобразным рубиконом между силовыми и деформационными характеристиками деформированной балки и замыкает систему уравнений, формируя целостную модель ее деформации. Более того, возвратный потенциал, являясь дифференциальным силовым фактором, реализует принцип Гука для изгиба, напрямую связывая угол поворота сечения — геометрическую величину — с силовым воздействием.

МЕТОД

На основе достижений предшественников [1–12] и их подходов уравнения равновесия теории балки Эйлера – Бернулли могут быть записаны в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} EI \cdot \kappa(i) - M(i) &= 0; \\ EI \cdot \kappa'(i) - Q(i) &= 0; \\ EI \cdot \kappa''(i) + q(i) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где EI — изгибная жесткость; $\kappa(i)$, $M(i)$, $Q(i)$ и $q(i)$ — соответственно кривизна, изгибающий момент, поперечная сила и распределенная поперечная нагрузка в рассматриваемом сечении балки. Система координат i может быть как прямолинейной ($i = x$, декартовой, через проекцию на ось x), так и криволинейной ($i = s$ по деформированной нейтральной оси s).

Уравнения (1) линейны в рассматриваемых системах координат относительно кривизны балки $\kappa(i)$, которая определяется по-разному в разных системах отсчета:

$$\kappa(x) = \frac{1}{R(x)} = \frac{-dxddy}{ds^2} = -\frac{y''}{(1+(y')^2)^{3/2}} = -\frac{d^2y}{dx^2}; \quad (2)$$

$$\kappa(s) = -\frac{d\theta}{ds}, \quad (3)$$

где $R(x)$ — радиус кривизны деформированной оси балки; $(-dxddy)/ds^2$ — определение кривизны, предложенное Эйлером [8] в прямолинейной системе координат; dx — приращение координаты x ; ddy — устаревшее обозначение второй производной d^2y (в современном анализе обычно записывается как y''); $ds^2 = (dx)^2 + (dy)^2$ — квадрат дифференциала дуговой длины (определяемого по теореме Пифагора с допущением $dx \approx \text{const}$, как отмечал сам Эйлер); $-y''/(1+(y')^2)^{3/2}$ — выражение кривизны, полученное Клапейроном [12] из формулы Эйлера и выраженное через производные функции прогиба $y(x)$; $-d^2y/dx^2$ — выражение кривизны, предложенное Жираром [9]; $-d\theta/ds$ — линейная формула кривизны в криволинейной системе координат, полученная Эйлером [8].

При использовании прямолинейной системы координат функция $y(x)$, обычно интерпретируемая как функция прогиба, в действительности не описывает истинную форму деформированной балки. Точное расчетное положение деформированной балки в общем случае определяется только параметрически в естественной криволинейной системе координат по формулам Жана Фредерика Френе [13]:

$$\begin{cases} x(s) = \int_0^s \frac{dx(\xi)}{ds} d\xi = \int_0^s \cos(\theta(\xi)) d\xi; \\ y(s) = \int_0^s \frac{dy(\xi)}{ds} d\xi = \int_0^s \sin(\theta(\xi)) d\xi \end{cases}, \quad (4)$$

где s — длина деформированной нейтральной оси; $\theta(\xi)$ — угол поворота.

Она является разверткой кривизны деформированной балки по длине нейтральной криволинейной оси s на прямолинейную ось x .

В результате двойного интегрирования функции кривизны как в прямолинейной, так и в криволинейной системе координат мы получаем линейную функцию $y(i)$, которая посредством двойного дифференцирования вернет нам обратно функцию кривизны $\kappa(i)$:

$$[1] \quad y(i) = \iint \kappa(\xi) d\xi \quad (5)$$

Если интерпретировать $y(x)$ как функцию прогиба балки и с ее помощью попытаться определить кривизну, то в классической теории потребуется так называемая «точная» формула кривизны Эйлера – Клапейрона:

$$\kappa(x) = -\frac{d^2 y(x)}{dx^2} \cdot \left[1 + \left(\frac{dy(x)}{dx} \right)^2 \right]^{-3/2}. \quad (6)$$

Эта формула позволяет, используя производные функции $y(x)$, вычислить кривизну в точке с координатой x . Однако важно подчеркнуть, что после деформации рассматриваемая точка x оказывается в ином положении в пространстве. Таким образом, кривизна $\kappa(x)$, вычисленная по формуле (6), отражает физическую кривизну балки в криволинейной системе координат s , но основана на абстрактной функции, геометрический смысл которой будет подробно раскрыт в следующем разделе настоящей статьи. В отличие от этого, в криволинейной системе координат между кривизной $\kappa(s)$ и деформацией балки существует строгая линейная зависимость на всем диапазоне упругой работы (см. формулу Эйлера (3)):

$$\kappa(s) = -\frac{d^2 y(s)}{ds^2}, \quad (7)$$

Таким образом, формула (6) учитывает искажения, возникающие в результате двойного интегрирования кривизны в декартовой системе координат (см. формулу (5) при $i = x$), а не отражает так называемую «геометрически нелинейную работу» балки. Задача изгиба балки как была линейной, так и остается таковой после «линеаризации кривизны»: Жирар фактически выпрямил криволинейную систему координат и получил точные значения кривизны в криволинейной системе координат в точке s по координате x .

Возвращаясь к этой математической абстракции $y(x)$ и принимая во внимание, что в криволинейной системе координат существует линейная зависимость (7), можно повторить математическую шутку Эйлера, подхваченную Клапейроном, пойти еще дальше и предложить формулу для восстановления кривизны $y(x)$ через другую абстрактную функцию $Y(x)$, полученную трехкратным интегрированием кривизны:

$$\kappa(x) = -\frac{\frac{d^3 Y(x)}{dx^3} \cdot \left[1 + \left(\frac{dY(x)}{dx} \right)^2 \right] - 3 \frac{dY(x)}{dx} \left(\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right)}{\left[1 + \left(\frac{dY(x)}{dx} \right)^2 \right]^{5/2}}. \quad (8)$$

Функция $Y(x)$ определяется как: $Y(x) = \iiint \kappa(\xi) d\xi$. В криволинейной системе координат эта функция $Y(s)$ возвращает кривизну из третьей производной: $\kappa(s) = -\frac{d^3 Y(s)}{ds^2}$.

Таким образом, с появлением формулы (8) можно говорить о возникновении нового класса задач — *геометрической супернелинейности*. Однако есть все основания полагать, что данный класс задач долго не просуществует, поскольку достаточно быстро найдется исследователь, который, подобно Жирару, выполнит суперлинеаризацию супернелинейной задачи. Упростив уравнение (8), он положит нулевыми первые две производные функции $Y(x)$ и тем самым получит приближенное (а на самом деле — точное) значение кривизны в виде: $\kappa(x) = -\frac{d^3 Y(x)}{dx^2}$.

Исходя из изложенного, целесообразно переписать уравнения равновесия теории балки Эйлера – Бернулли относительно физически наглядной неизвестной — угла наклона сечения $\theta(i)$, который в прямолинейной и криволинейной системах координат линейно связан с кривизной балки. При этом используется современная система знаков: абсцисса $y(i)$ в горизонтальной балке направлена вниз, совпадая с направлением положительной поперечной нагрузки и вызывая положительные деформации; изгибающий момент считается положительным, если нижние волокна балки испытывают растяжение:

$$\kappa(i) = \frac{d\theta(i)}{di}.$$

Это позволяет сделать еще одно обобщение более низкого уровня и переписать уравнения равновесия в терминах угла поворота $\theta(i)$:

$$\begin{aligned} EI \cdot \theta'(i) + M(i) &= 0; \\ EI \cdot \theta''(i) + Q(i) &= 0; \\ EI \cdot \theta^{(3)}(i) &= q(i). \end{aligned}$$

Клод-Луи-Мари-Анри Навье [11] сформулировал фундаментальные зависимости между внутренними усилиями в балке: $Q(x) = \frac{dM(x)}{dx}$; $q(x) = -\frac{dQ(x)}{dx}$, связав поперечную силу $Q(x)$ с производной изгибающего момента $M(x)$, а распределенную нагрузку $q(x)$ — со второй производной момента. Эти соотношения образуют цепочку уравнений, «поднимаясь» от момента к поперечной силе и далее к распределенной нагрузке.

Следуя аналогии с методом Навье, здесь предлагается продолжить цепочку производных «вниз», введя новую величину — *возвратный потенциал* $P(i)$:

$$M(i) = \frac{P(i)}{di}. \quad (9)$$

Возвратный потенциал $P(i)$ определяется как интеграл от изгибающего момента:

$$P(i) = \int_0^i M(\xi) d\xi,$$

где параметр i может принимать значение либо x (прямолинейная система координат), либо s (криволинейная система координат).

Значения возвратного потенциала $P(i)$ можно найти из основного соотношения:

$$EI \cdot \kappa(i) + M(i) = 0.$$

1. В прямолинейной системе координат, где $\kappa(x) = \frac{d^2 y(x)}{dx^2}$, момент определяется как:

$$M(x) = -EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2}.$$

Соответственно, возвратный потенциал с учетом формулы (9) принимает вид:

$$P(x) = -EI \frac{dy(x)}{dx} = -EI \cdot \theta(x), \quad (1)$$

где $\theta(x)$ — угол поворота нейтральной оси балки с координатой x .

2. В криволинейной системе координат, где $\kappa(s) = \frac{d\theta(s)}{ds}$, момент определяется как:

$$M(s) = -EI \frac{d\theta(s)}{ds}.$$

Возвратный потенциал также пропорционален углу поворота:

$$P(s) = -EI \cdot \theta(s). \quad (10)$$

Таким образом, $P(i)$ имеет единую физическую природу (см. формулы (10), (11) и связан с углом поворота сечения через изгибную жесткость EI с отрицательным знаком, отражающим стремление системы «вернуться» в исходное (недеформированное) состояние. В обобщенной форме:

$$P(i) = -EI \cdot \theta(i). \quad (12)$$

Размерность $P(i)$ совпадает с размерностью изгибной жесткости, умноженной на угол ($\text{Н} \cdot \text{м}^2$), что подтверждает его инвариантность при переходе между различными системами координат.

Возвратный потенциал $P(i)$ можно рассматривать как обобщенную координату, относительно которой формулируется следующая система уравнений равновесия:

$$\begin{aligned} P'(i) &= M(i); \\ P''(i) &= Q(i); \\ P^{(3)}(i) + q(i) &= 0. \end{aligned}$$

Эта система объединяет все силовые факторы изгибной задачи, начиная с возвратного потенциала $P(i)$ и заканчивая распределенной поперечной нагрузкой $q(i)$.

Изменение искомой функции (с функции прогиба на возвратный потенциал) не меняет постановку задачи: по-прежнему требуется четыре граничных условия. Три из них определяют $P(i)$, а одно — функцию прогиба $y(i)$:

$$y(x) = -\frac{1}{EI} \int_0^x P(\xi) d\xi + C_4,$$

где C_4 определяется из граничного условия $y(0)$.

Геометрию деформированной балки можно восстановить по углу поворота $\theta(s) = -\frac{P(s)}{EI}$:

$$\begin{cases} x(s) = \int_0^s \cos\left(-\frac{P(\xi)}{EI}\right) d\xi; \\ y(s) = \int_0^s \sin\left(-\frac{P(\xi)}{EI}\right) d\xi \end{cases}, \quad (13)$$

Таким образом, введение возвратного потенциала $P(i)$ позволяет свести постановку задачи к минимально необходимому набору данных: если известен $P(i)$, то геометрия деформированной балки может быть точно восстановлена в криволинейной системе координат по формулам (13), без необходимости напрямую использовать функцию прогиба $y(x)$ в прямолинейной системе координат. Это упрощение дает возможность рассматривать задачу как строго линейную в криволинейной системе отсчета на всем диапазоне деформаций.

1. Проверять совместимость моделей: возвратный потенциал $P(i)$ определяется через первую производную классического решения $y(x)$ (см. формулу (10)).

2. Использовать классические решения для точной геометрии: зная классическую функцию прогиба $y(x)$, можно вычислить углы наклона, которые соответствуют углам наклона в криволинейной системе отсчета $\theta(s) = \theta(x) = y'(x)$, а далее — восстановить точную пространственную форму балки в криволинейной системе координат (см. формулы **Ошибка! Источник ссылки не найден.**).

3. Закон Гука для изгибных деформаций: возвратный потенциал $P(i)$, как силовой фактор, связан с деформационным фактором — углом поворота $\theta(i)$ — через постоянный коэффициент пропорциональности, изгибную жесткость EI (см. формулы (10) – (12)). Это прямой аналог зависимости продольной силы N от относительных продольных деформаций $\Delta L/L$ через осевую жесткость EA в законе Гука для растяжения/сжатия: $N \cdot L = EA \frac{\Delta L}{L}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В предыдущем разделе анонсирована интрига относительно геометрической интерпретации функции $y(x)$ — основной неизвестной теории балки Эйлера – Бернулли. Для этого проведем мысленный эксперимент в духе Альберта Эйнштейна. Представим себе невесомую и бесконечно длинную консольную балку ($s = \infty$) с постоянной изгибной жесткостью ($EI = \text{const}$, Нм²), находящуюся в условиях чистого изгиба (деформация балки происходит без изменения длины нейтральной оси), которая остается бесконечной. Если мы попытаемся вычислить кривизну балки по «точной» формуле (6) в прямолинейной системе координат в середине этой балки, то столкнемся с парадоксом: координата $x = \infty/2$ все еще равна бесконечности, а проекции балки на прямолинейную ось уже нет — в прямоугольной системе координат балка «свернулась» в окружность за счет удлинения верхних волокон и укорочения нижних при сохранении исходной длины.

Таким образом, «точное» определение кривизны в прямолинейной системе координат рушится и утрачивает статус универсального. Если же рассматривать эту задачу в криволинейной системе координат s , естественным образом связанной с деформированной осью балки, то проекции на прямоугольную систему координат для любого произвольного сечения окружности выражаются через привычные тригонометрические функции (см. формулу (13)) и могут быть применены на всем интервале $[0, +\infty)$.

Учитывая этот полуоткрытый интервал допустимых значений криволинейной координаты s , уместно отметить, что еще Леонард Эйлер в названии своей работы [8] использовал предельно широкую формулировку:

«...или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле».

К округлой форме деформирования бесконечной консольной балки в условиях чистого изгиба можно прийти и аналитическим путем, исходя из классической задачи о деформировании консольной балки под действием постоянного изгибающего момента на свободном конце, создающего равномерный момент M_0 по всей длине балки.

В классической постановке уравнение прогиба консольной балки под действием постоянного момента общеизвестно:

$$y(x) = \frac{M_0}{2EI} x^2. \quad (14)$$

Это уравнение естественным образом получается из обобщенного уравнения равновесия относительно постоянного изгибающего момента M_0 :

$$\frac{d^2 y(i)}{di^2} = \frac{M_0}{EI}.$$

Взяв двойную «антипроизводную» (дважды проинтегрировав по координате i):

$$y(i) = \iint \frac{M_0}{EI} di^2 = \frac{M_0}{EI} \iint di^2 = \frac{M_0}{EI} \left(\frac{i^2}{2} + C_1 i + C_2 \right).$$

С учетом граничных условий для консольной балки $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, константы C_1 , C_2 , C_2 равны нулю, и решение принимает вид (21) в прямолинейной системе координат при $i = x$.

Если же воспользоваться определенными интегралами с нулевыми нижними пределами интегрирования:

$$y(i) = \frac{M_0}{EI} \int_0^i \int_0^\xi d\eta d\xi = \frac{M_0 i^2}{2EI},$$

то это автоматически учитывает граничные условия $C_2 = y(0) = 0$, $C_1 = y'(0) = 0$, исключая необходимость их явного вычисления. Таким образом, окончательно: $y(i) = \frac{M_0 i^2}{2EI}$.

Геометрию деформирования консольной балки определим параметрически по формулам (4) через функцию углов поворота $\theta(x)$ полученную из абстрактной функции $y(x)$ через ее производную:

$$\begin{aligned} \theta(x) = y'(x) &= \frac{M_0}{EI} x \Rightarrow (s) = \kappa \cdot s, \\ x(s) &= \int_0^s \cos(\theta(\xi)) d\xi = \int_0^s \cos\left(\frac{M_0}{EI} \xi\right) d\xi = \frac{EI}{M_0} \sin\left(\frac{M_0}{EI} s\right) = R \cdot \sin\left(\frac{s}{R}\right); \\ y(s) &= \int_0^s \sin(\theta(\xi)) d\xi = \int_0^s \sin\left(\frac{M_0}{EI} \xi\right) d\xi = \frac{EI}{M_0} \left[\cos\left(1 - \frac{M_0}{EI} s\right) \right] = R \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right) \right]. \end{aligned}$$

Эти функции описывают окружность радиусом $R = EI/M_0$, что подтверждает результаты мысленного эксперимента. При $M_0 > 0$ балка закручивается против часовой стрелки.

Таким образом, имея абстрактную функцию $y(x)$, полученную как решение классического уравнения равновесия теории Эйлера – Бернулли, мы можем определить точную форму деформирования консольной балки в условиях чистого изгиба. Чтобы наглядно продемонстрировать геометрическую природу основной неизвестной теории балки, рассмотрим задачу чистого изгиба консольной балки с единичной изгибной жесткостью и моментом ($EI = 1$, $M_0 = 1$). В этом случае деформированная балка свернется в окружность с единичным радиусом $R = 1$, а абстрактная функция примет вид (см. кривую 2 на рис. 1):

$$y(x) = \frac{x^2}{2}. \quad (15)$$

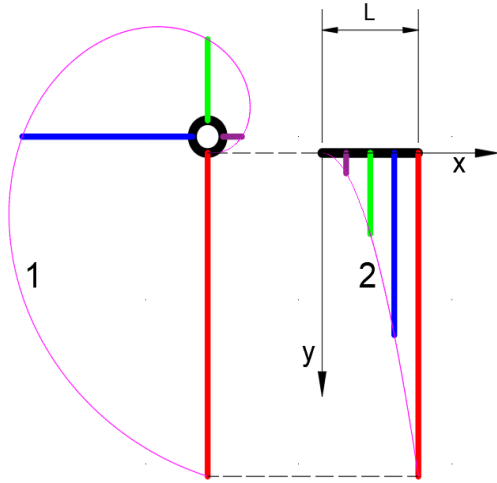


Рис. 1. Абстрактная функция $y(i)$ в полярной (1) и прямолинейной (2) системах координат

Fig. 1. Abstract function $y(i)$ in polar (1) and rectilinear (2) coordinate systems

Так как длина единичной окружности деформированной балки известна, для удобства ограничимся рассмотрением участка длиной $L = 2\pi$, поскольку дальнейшее поведение будет носить циклический характер и легко прогнозироваться.

Восстановим геометрию «кривой-носителя» (см. кривую 1 на рис. 1) для рассматриваемой длины 2π . При этом, зная истинное положение нейтральной оси деформированной балки (единичная окружность), добавим ее при построении параболы (15) в полярной системе координат, по формуле: $r(\varphi) = 1 + \frac{\varphi^2}{2}$ или в общем случае:

$$r(\varphi) = R + \frac{\varphi^2}{2} = \frac{EI}{M_0} + \frac{M_0}{2EI} \varphi^2.$$

Здесь завершился многовековой путь осмысления геометрической природы деформирования балки. Мы впервые видим, что функция $y(x)$ — это не «функция прогиба» в привычной трактовке, а развертка топологической системы координат на прямолинейную ось.

В этой развертке:

- **Абсцисса x** соответствует исходной длине балки L . Поскольку в модели Эйлера – Бернулли рассматривается чистый изгиб без возникновения продольных усилий, на прямолинейную ось x развертывается криволинейная деформированная ось s , сохраняющая исходную длину L ;
- **Ордината $y(x)$** отражает расстояние r от топологической абсциссы до нейтральной оси деформированной балки, измеренное вдоль нормали для $s(\varphi)$. Это расстояние включает как вклад угловой координаты φ , так и текущего радиуса кривизны $R(\varphi) = 1/\kappa(\varphi)$.

Далее на рис. 2 показаны топологические абсциссы для задачи, рассмотренной на рис. 1, но построенные для различных значений изгибной жесткости по формуле: $r(\varphi) = R + \frac{\varphi^2}{2R}$, где $R = EI/M_0$ для единичного момента.

Можно заметить, что с увеличением изгибной жесткости возрастает размер топологической абсциссы, представляющей собой логарифмическую спираль, смещенную на величину радиуса кривизны балки, и в ее начале формируется почти прямолинейный участок. Следует еще раз отдать должное гениальности Жирара: «линеаризовав» кривизну в начальной части топологической абсциссы в прямолинейной системе координат, он фактически предвосхитил введение топологической системы координат и интуитивно использовал ее прямолинейный сегмент для упрощенных инженерных расчетов.

С появлением возможности восстанавливать точную геометрию деформированных балок на основе классических решений у инженеров появилась новая степень свободы: теперь можно

оперативно оценивать целесообразность использования прямолинейной системы координат при расчетном моделировании.

Для примера рассмотрим три классические задачи поперечного изгиба балок с постоянной поперечной нагрузкой $q(x) = q$ и различными условиями закрепления. Абстрактные функции $y(x)$, полученные в классической теории, имеют вид:

- для шарнирно-опертой балки:

$$y(x) = \frac{qx(x-L)(x^2 - Lx - L^2)}{24EI};$$

- для защемленной на двух опорах балки:

$$y(x) = \frac{qx^2(x-L)^2}{24EI};$$

- для защемленной на одной левой опоре: $y(x) = \frac{qx^2(x^2 - 4Lx + 6L^2)}{24EI}$,

где q — интенсивность равномерно-распределенной нагрузки; EI — изгибная жесткость поперечного сечения балки; L — длина пролета балки.

Точные аналитические решения в так называемой «геометрически нелинейной постановке» для этих трех случаев, записанные в параметрическом виде, представлены ниже:

- для шарнирно-опертой балки:

$$\begin{cases} \theta(\xi) = \frac{q(L^3 - 6\xi^2L + 4\xi^3)}{24EI}; \\ x(s) = \int_0^s \cos(\theta(\xi)) d\xi; \\ y(s) = \int_0^s \sin(\theta(\xi)) d\xi. \end{cases} \quad (16)$$

- для защемленной на двух опорах балки:

$$\begin{cases} \theta(\xi) = \frac{q\xi(L - 2\xi)(L - \xi)}{12EI}; \\ x(s) = \int_0^s \cos(\theta(\xi)) d\xi; \\ y(s) = \int_0^s \sin(\theta(\xi)) d\xi. \end{cases} \quad (17)$$

- для защемленной на одной левой опоре:

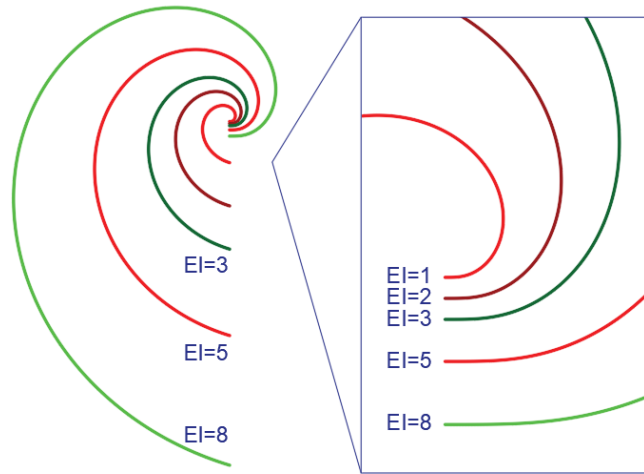


Рис. 2. Топологические абсциссы консольных балок при чистом изгибе с разной изгибной жесткостью
Fig. 2. Topological abscissas of cantilever beams under pure bending for different bending stiffnesses

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(\xi) = \frac{q\xi(3L^2 - 3\xi L + \xi^2)}{6EI}; \\ x(s) = \int_0^s \cos(\theta(\xi)) d\xi; \\ y(s) = \int_0^s \sin(\theta(\xi)) d\xi. \end{array} \right. \quad (18)$$

Как следует из уравнений (16)-(18), для определения точного решения достаточно вычислить функцию поворота сечений балки $\theta(\xi)$, которая находится как производная абстрактной функции $y(\xi)$ по технической переменной интегрирования ξ : $\theta(\xi) = y'(\xi)$.

После этого точная геометрия деформированной балки может быть восстановлена с использованием параметрических уравнений (4). Такой подход позволяет напрямую связать классическое решение с реальным пространственным положением нейтральной оси балки.

Как показано выше, классические решения теории Эйлера – Бернулли позволяют восстановить точную геометрию деформированной балки. Однако этот процесс вскрывает фундаментальные ограничения самой модели. В частности, такие решения предполагают, что внешние нагрузки остаются нормальными к деформированной оси балки на всем протяжении деформации.

При этом внутренние усилия и опорные реакции вычисляются так, как если бы балка существовала в некоем «четвертом спиральном измерении» — здесь невольно вспоминается Альберт Эйнштейн. В этом пространстве нейтральная ось балки s остается прямой, а сумма всех внешних и внутренних сил и моментов, включая реакции на опорах, удовлетворяет условиям равновесия: $\Sigma y(s) = 0$, $\Sigma M(s) = 0$.

В подтверждение на рис. 3 представлена восстановленная геометрия консольной балки с единичной изгибной жесткостью ($EI = 1$) и единичной сосредоточенной нагрузкой ($F = 1$), при разных длинах балки соответствующие первым шести числам последовательности Фибоначчи (1, 2, 3, 5, 8, 13).

Для восстановления геометрии деформирования консольной балки со сосредоточенной нагрузкой F на свободном конце использовалась абстрактная функция деформаций

$$y(i) = \frac{F(3Lx^2 - x^3)}{6EI} y, \text{ а также ее производная } \theta(i) = \frac{iF(2L - i)}{2EI},$$

которая описывает закон изменения угла поворота сечения. Последнее выражение было подставлено в уравнениях (4) для вычисления точной пространственной формы балки.

Все изложенное выше позволяет по-новому осмыслить результаты расчетов стержневых систем, выполненных как в классической, так и в «геометрически нелинейной» постановке. Это открывает путь к более осознанному выбору координатной системы — прямой или криволинейной — и критической оценке результатов аналитического моделирования.

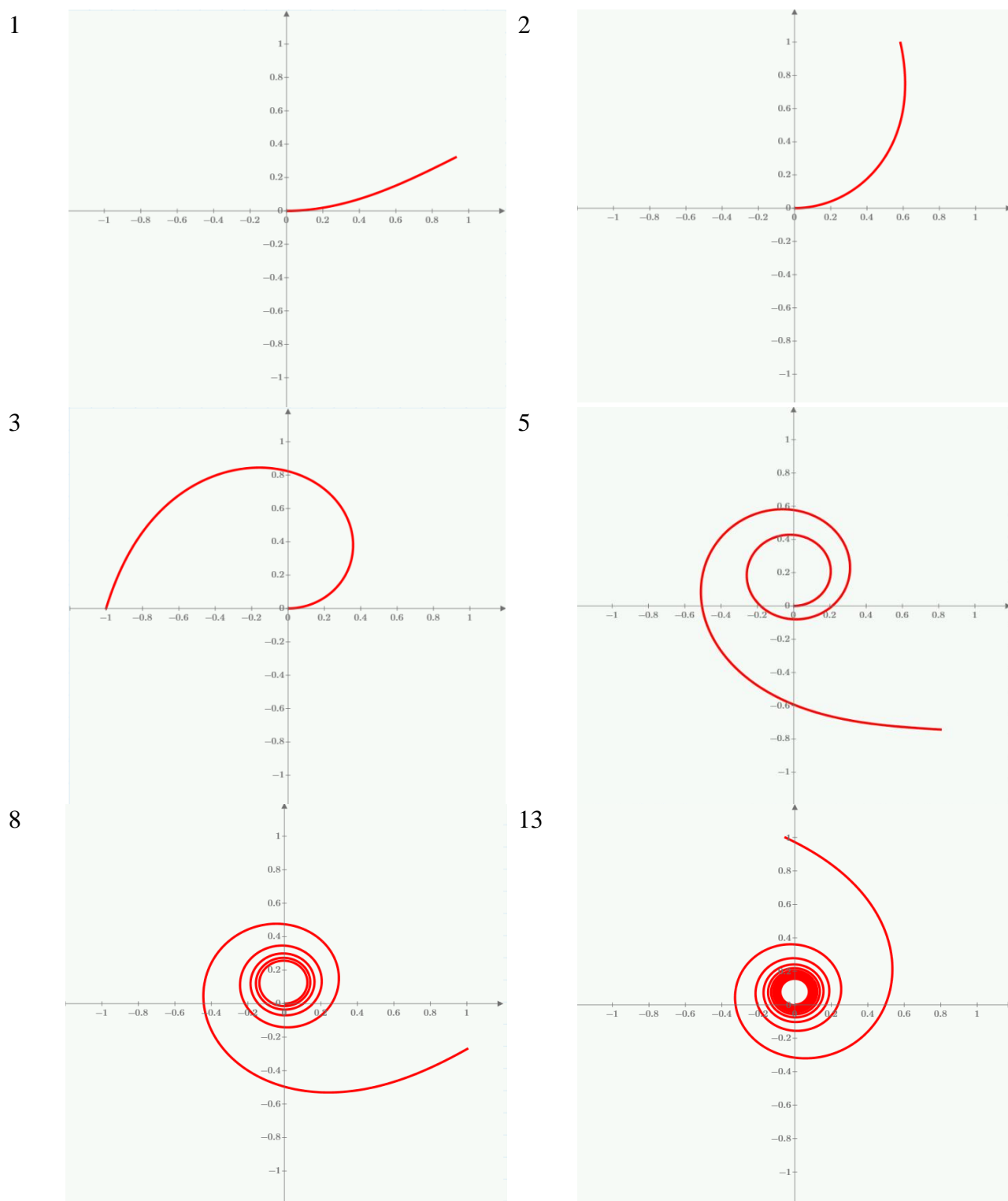


Рис. 3. Точная форма деформирования консольной балки со сосредоточенной нагрузкой F на свободном конце при $EI = 1$ и длинах L , выбранных по последовательности Фибоначчи (1, 2, 3, 5, 8, 13)

Fig. 3. Exact deformation shapes of a cantilever beam with a concentrated load F at the free end for $EI = 1$ and beam lengths L taken from the Fibonacci sequence (1, 2, 3, 5, 8, 13)

Для примера на рис. 4, *a* показана консольная балка единичной длины, у которой классическое решение (пунктирная кривая) дает меньшую деформацию, чем точное. На рис. 4, *b* —

шарнирно-опертая балка той же длины, где деформации, вычисленные в обеих системах координат, практически совпадают, что позволяет рассматривать классическое решение как достаточно точное. На рис. 4, *c* представлена балка утроенной длины: здесь классическое решение дает завышенные деформации по сравнению с точным.

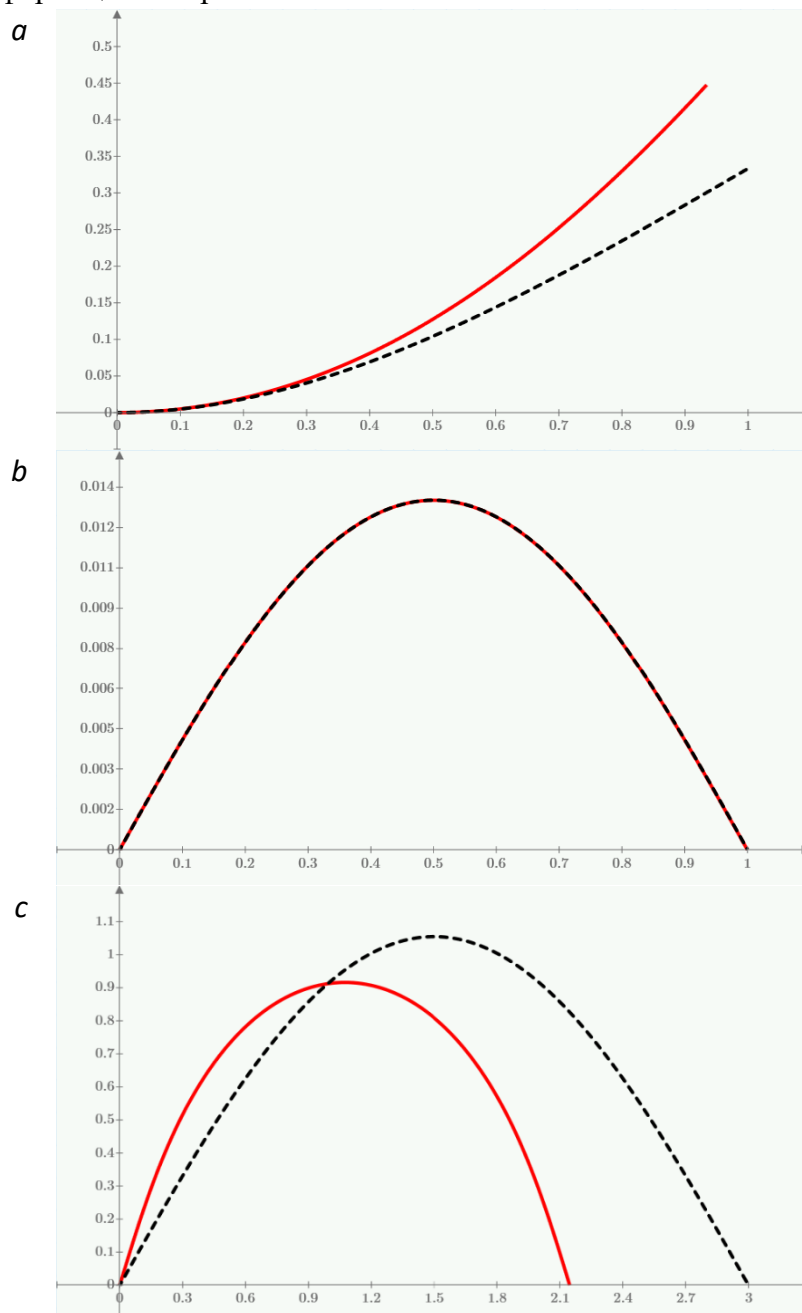


Рис. 4. Сравнение деформаций балок по классическому решению (пунктир) и точному решению (сплошная линия): *a* — консольная балка со сосредоточенной нагрузкой на конце; *b* — шарнирно-опертая балка с равномерно распределенной нагрузкой; *c* — шарнирно-опертая балка утроенной длины с равномерно распределенной нагрузкой

Fig. 4. Comparison of beam deformations based on the classical solution (dashed line) and the exact solution (solid line): *a* — cantilever beam with a concentrated end load; *b* — simply supported beam under uniform distributed load; *c* — simply supported beam of triple length under uniform distributed load

Если принять во внимание, что в модели Эйлера – Бернулли нагрузка всегда приложена нормально к деформированной оси балки, различия между решениями становятся логически объяснимыми. Точные прогибы учитывают этот эффект, что, в частности, объясняет, почему в шарнирно-опертой балке деформация оказывается меньше, чем по классическому решению (рис. 4, с). При вертикальной нагрузке обычно ожидается, что смещение подвижной опоры приведет к большему прогибу, однако точное решение демонстрирует противоположный результат: нейтральная ось балки «раздувается» в стороны и в пролете оказывается меньше классического решения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе выполнено обобщение классической теории балки Эйлера – Бернулли, истоки которой восходят к работам Якоба Бернулли более 330 лет назад. Еще в 1694 г. в *Acta Eruditorum* Бернулли предложил концепцию геометрического описания внутренних усилий в упругих телах, ставшую отправной точкой для создания моделей, позднее реализованных в гипотезе плоских сечений Даниилом Бернулли. Со временем развитие теорий шло по пути усложнения уравнений равновесия при одновременном упрощении выражения для кривизны. Модификация, предложенная в теории Тимошенко [14, 15], частично ослабила гипотезу плоских сечений, однако результаты настоящей работы показывают: гипотеза Бернулли сохраняет физическую обоснованность и применимость даже при больших деформациях.

Впервые показано, что функция $x(y)$, традиционно интерпретируемая как «функция прогиба», на самом деле является разверткой топологического пространства в прямоугольную (декартову) систему координат. Это дало возможность по-новому интерпретировать классические решения теории балок Эйлера – Бернулли и выявить фундаментальные ограничения как классической, так и «геометрически нелинейной» постановок. Установлено, что точные решения, восстанавливаемые из классических формул, предполагают сохранение нормального приложения нагрузки к деформированной оси, что приводит к физическим противоречиям в ряде задач.

Впервые со времен Навье в модель Эйлера – Бернулли введен новый силовой фактор — возвратный потенциал $P(x)$, который расширяет дифференциальные соотношения и замыкает их на основную физически наглядную переменную — угол поворота сечения. Это обобщение показало, что так называемые «геометрически нелинейные» задачи — лишь математический артефакт, возникающий при развертке криволинейной системы координат на прямую.

Таким образом, спустя более 330 лет теория балки возвращается к своим истокам, но на новом уровне. Подобно логарифмической спирали Якоба Бернулли, сохраняющей форму при изменении масштаба и ставшей символом вечного возвращения, идеи классической механики воскресают в обновленном виде. Латинская надпись на надгробии Якоба Бернулли “*Eadem mutata resurgo*” («Измененная, я воскресаю вновь») как нельзя лучше отражает суть выполненной работы: фундаментальные принципы теории балки пережили трансформацию и обрели новую жизнь, открывая перспективы для дальнейшего развития аналитических моделей изгиба.

Настоящая работа дает повод для переосмысления общей теории геометрической нелинейности балок, а также других аналитических моделей, основанных на теории Эйлера – Бернулли, включая теории пластин и оболочек. В этих теориях в качестве основных неизвестных также используются абстрактные функции одного или двух аргументов — $y(x)$ и $w(x,y)$, определенные в соответствующих топологических пространствах.

БЛАГОДАРНОСТИ

Настоящая работа с глубоким уважением посвящается моему учителю — академику Российской академии наук, заслуженному деятелю науки РФ, доктору технических наук, профессору Макагонову Виктору Александровичу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бернулли Я. Кривизна упругой пластины. Ее идентичность с кривизной полотна, натянутого под действием веса. Радиусы кругов касания, выраженные в простейших терминах, вместе с некоторыми новыми теоремами, относящимися к этому вопросу // *Acta Eruditorum*. 1694. С. 262–276.
2. Бернулли Я. Решение задачи Лейбница о кривой с равными приближениями и отступлениями от заданной точки посредством выпрямления упругой кривой // *Acta Eruditorum*. 1694. С. 276–280.
3. Бернулли Я. Истинная гипотеза сопротивления твердых тел с доказательством кривизны тел, обладающих упругостью // *История Королевской академии наук Парижа*. 1705 (посмертное изд.). С. 139–150.
4. Бернулли Я. Построение кривой с равными приближениями и отступлениями, с использованием выпрямления некоторой алгебраической кривой: дополнение к недавно опубликованному решению за июнь // *Собрание сочинений Якоба Бернулли*. Т. 1. Лозанна; Женева : Марк-Мишель Буске, 1744 (посмертное изд.). С. 608–612.
5. Бернулли Д. Размышления и пояснения о новых колебаниях струн, изложенные в мемуарах Академии за 1747 и 1748 годы // *История Королевской академии наук и изящной словесности Берлина с мемуарами за тот же год, взятыми из регистров этой академии*. Берлин : Королевская академия наук и изящной словесности, 1753 (опубл. в 1755). Т. 9. С. 147–172.
6. Бернулли Д. О смешении нескольких видов простых изохронных колебаний, которые могут сосуществовать в одной и той же системе тел // *История Королевской академии наук и изящной словесности Берлина с мемуарами за тот же год, взятыми из регистров этой академии*. Берлин : Королевская академия наук и изящной словесности, 1753 (опубл. в 1755). Т. 9. С. 173–195.
7. Бернулли Д. Письмо № 15 к Л. Эйлеру от 24 мая 1738 г. // *Переписка по математике и физике некоторых знаменитых геометров XVIII века / под ред. П.Н. Фусса*. СПб. : Императорская Академия наук, 1843. Т. 2. С. 446–448.
8. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума или минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле. Лозанна; Женева : Марк-Мишель Буске, 1744.
9. Жирар П.С. Аналитическое исследование сопротивления твердых тел и тел равной прочности, с приложением ряда новых опытов о прочности и упругости древесины дуба и пихты. Париж : Фирмен Дидо; Дюпон, 1798. 48 с.
10. Годхантер И. История теории упругости и сопротивления материалов: от Галилея до настоящего времени. Т. 1: От Галилея до Сен-Венана (1639–1850) / под ред. К. Пирсона. Лондон : Cambridge University Press, 1886. 950 с.
11. Навье К.-Л.-М.-А. Краткое изложение лекций, прочитанных в Школе мостов и дорог по применению механики к сооружению конструкций и машин. Париж : Фирмен Дидо, 1826. 500 с.
12. Клапейрон Б.П.Э. Внутреннее сопротивление твердых тел // *Журнал Политехнической школы*. 1857. Т. 24. С. 1–233.
13. Френе Ж.Ф. О кривых двойной кривизны // *Журнал чистой и прикладной математики*. 1847. Т. 17. С. 437–447.
14. Тимошенко С.П. О поправке на сдвиг в дифференциальном уравнении поперечных колебаний призматических стержней // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1921. Т. 41 № 245. С. 744–746. DOI: 10.1080/14786442108636264
15. Тимошенко С.П. О поперечных колебаниях стержней постоянного поперечного сечения // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1922. Т. 43. № 253. С. 125–131. DOI: 10.1080/14786442208633855

REFERENCES

1. Bernoulli J. Curvatura Laminae Elastica. Ejus Identitas cum Curvatura Lintei a pondere inclusi studii expansi. Radii Circulorum Osculantium in terminis simplicissimis exhibit, una cum novis quibusdam Theorematis huc pertinentibus. *Acta Eruditorum*. 1694; 262-276.
2. Bernoulli J. Solutio problematis Leibnitiani de curva accessibus et recessibus aequalibus a puncto dato, mediante rectificatione curva elastica. *Acta Eruditorum*. 1694; 276-280.
3. Bernoulli J. Véritable hypothèse de la résistance des solides, avec la démonstration de la courbure des corps qui font ressort. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris*. 1705; 139-150.
4. Bernoulli J. Constructio Curvae Accessus et Recessus aequalibus, Ope Rectificationis Curvae cujusdam algebraicae: Addenda nuperæ solutioni Mensis Junii. *Opera Omnia, Tomus I*. Lausanne; Geneva, Marcum-Michaellem Bousquet, 1744; 608-612.

5. Bernoulli D. Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'Académie de 1747 & 1748. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres de Berlin avec les Mémoires pour la même année, tirez des registres de cette Académie*. 1755; 9:147-172.
6. Bernoulli D. Sur le mélange de plusieurs espèces de vibrations simples isochrones, qui peuvent coexister dans un même système de corps. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres de Berlin avec les Mémoires pour la même année, tirez des registres de cette Académie*. 1755; 9:173-195.
7. Bernoulli D. Letter No. 15 to L. Euler, dated May 24, 1738. In: Fuss P.H. (ed.). *Correspondence on Mathematics and Physics of Some Famous Geometers of the 18th Century*. Vol. 2. Saint Petersburg, Imperial Academy of Sciences, 1843; 446-448.
8. Euler L. *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. Lausanne; Geneva, Marcum-Michaellem Bousquet, 1744.
9. Girard P.S. *Traité analytique de la résistance des solides, et des solides d'égale résistance. Auquel on a joint une suite de nouvelles expériences sur la force, et l'élasticité spécifiques des bois de chêne et de sapin*. Paris, Firmin Didot & Du Pont, 1798; 48.
10. Todhunter I. *A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials: From Galilei to the Present Time*. Vol. 1: Galilei to Saint-Venant, 1639–1850. Edited and completed by Karl Pearson. London, Cambridge University Press, 1886; 950.
11. Navier C.-L.-M.-H. *Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines*. Paris, Firmin Didot père et fils, 1826; 500.
12. Clapeyron B.P.E. Mémoire sur la résistance intérieure des corps solides (On the internal resistance of solid bodies). *Journal de l'École Polytechnique*. 1857;24:1-233.
13. Frenet J. F. Sur les courbes à double courbure. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. 1847; 17:437-447.
14. Timoshenko S.P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1921; 41(245):744-746. DOI: 10.1080/14786442108636264
15. Timoshenko S.P. On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1922; 43(253):125-131. DOI: 10.1080/14786442208633855



УДК 69.04

DOI: 10.22227/2949-1622.2025.2.58-67

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ/RESEARCH ARTICLE

Напряженно-деформированное состояние подкрановых конструкций, получивших повреждения при эксплуатации

Н.А. Бузало*, А.А. Филилеев, А.А. Сильванович

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, Новочеркасск, Российская Федерация

* buzalo_n@mail.ru

Ключевые слова: подкрановые конструкции, усталостные трещины, механические и коррозионные повреждения, моделирование тонкостенных профилей с использованием САЕ-пакетов

История статьи

Поступила в редакцию: 28.04.2025

Доработана: 15.05.2025

Принята к публикации: 17.05.2025

Для цитирования

Бузало Н.А., Филилеев А.А., Сильванович А.А. Напряженно-деформированное состояние подкрановых конструкций, получивших повреждения при эксплуатации // Железобетонные конструкции. 2025. Т. 10. № 2. С. 58–67.

Аннотация. Подкрановые конструкции при эксплуатации испытывают разнонаправленные воздействия — перемещение крана вдоль кранового пути, торможение моста крана, направленное вдоль кранового рельса, торможение тележки крана, направленное перпендикулярно крановому рельсу. При этом возникают знакопеременные напряжения, которые могут вызвать их усталостное разрушение. В элементах подкрановых балках, тормозных конструкциях возникают и постепенно развиваются усталостные трещины, что в результате может привести к полному выходу из строя конструкций. Еще одной причиной наступления предельного состояния подкрановых конструкций могут быть механические повреждения (износ трущихся деталей) и контакт с агрессивной средой (коррозия). Целью работы является изучение влияния внешних и внутренних факторов на напряженно-деформированное состояние подкрановых конструкций, определяющее их надежность. Для этого предлагается развитие эффективных методов расчета подкрановых конструкций, получивших повреждения при эксплуатации наиболее полно учитывающих специфику воздействий на них, свойств материалов с использованием САЕ-пакетов.

The stress-strain state of crane structures damaged during operation

Nina A. Buzalo*, Alexey A. Filileev, Andrey A. Silvanovich

M.I. Platov South Russian State Polytechnic University, Novocherkassk, Russian Federation

* buzalo_n@mail.ru

Бузало Нина Александровна, к.т.н., профессор, профессор кафедры «Градостроительство, проектирование зданий и сооружений», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, 346428, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, д. 132; Scopus: 57190964121, ORCID: 0000-0002-6204-0214; E-mail: buzalo_n@mail.ru

Филилеев Алексей Александрович, аспирант кафедры «Градостроительство, проектирование зданий и сооружений», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, 346428, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, д. 132; E-mail: Fil08@bk.ru

Сильванович Андрей Алексеевич, аспирант кафедры «Градостроительство, проектирование зданий и сооружений», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, 346428, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, д. 132; E-mail: andrey.sily@gmail.com

© Бузало Н.А., Филилеев А.А., Сильванович А.А., 2025



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Keywords: crane structures, fatigue cracks, mechanical and corrosion damage, modeling thin-walled profiles using CAE-packages

Article history

Received: 28.04.2025

Revised: 15.05.2025

Accepted: 17.05.2025

For citation

Buzalo N.A., Filileev A.A., Silvanovich A.A. The stress-strain state of crane structures damaged during operation. *Reinforced concrete structures*. 2025; 2(10):58-67.

Abstract. During operation, crane structures are subject to multidirectional impacts: movement of the crane along the crane track, braking of the crane bridge directed along the crane rail, braking of the crane trolley directed perpendicular to the crane rail. This creates alternating stresses that can cause fatigue failure. In the elements of overhead crane beams and brake structures, fatigue cracks appear and gradually develop, which can ultimately lead to the complete failure of the structures. Another reason for the onset of the limit state of crane structures may be mechanical damage (wear of rubbing parts) and contact with an aggressive environment (corrosion). The aim of the work is to establish patterns of failure occurrence, study the influence of external and internal factors on reliability, establish quantitative characteristics and methods for assessing the reliability of crane structures. For this purpose, it is proposed to develop effective methods for calculating crane structures that have been damaged during operation, taking into account the specifics of the impacts on them and the properties of materials using CAE packages.

ВВЕДЕНИЕ

Современные производственные технологические процессы нуждаются в надежных грузоподъемных механизмах большой мощности. Основным видом подъемно-транспортного оборудования на производственных предприятиях являются мостовые опорные и подвесные краны. В зависимости от вида технологического процесса предприятия используются краны различной грузоподъемности и режима работы, что накладывает заметный отпечаток на выбор подкрановых конструкций.

Значительное влияние на эксплуатационную надежность подкрановых конструкций оказывают дефекты и повреждения, которые снижают их остаточный ресурс и могут быть причиной выхода из строя. Степень влияния одного и того же дефекта или повреждения различна и зависит от вида подкрановой конструкции, их напряженно-деформированного состояния, условий работы конструкции.

Анализ технического состояния подкрановых конструкций зданий и сооружений, получивших повреждения, оценка влияния механических и коррозионных повреждений, зафиксированных при обследовании, на возможность их дальнейшей эксплуатации, совершенствование методов интерпретации результатов технического диагностирования на основе компьютерного моделирования является задачей, поставленной в настоящем исследовании.

Подкрановые конструкции, основная функция которых воспринимать и передавать на каркас здания нагрузки от подъемно-транспортного оборудования, являются также элементами каркаса производственного здания и обеспечивают горизонтальную развязку колонн из плоскости рамы, передачу на вертикальные связи по колоннам продольных усилий от тормозных нагрузок, ветровых нагрузок на торцы здания, сейсмических нагрузок, обеспечивают пространственную работу каркаса (рис. 1). Подкрановые конструкции состоят из подкрановых балок или ферм, воспринимающих вертикальные нагрузки от кранов; тормозных балок (ферм), воспринимающих поперечные горизонтальные воздействия; связей, обеспечивающих жесткость и неизменяемость подкрановых конструкций; узлов крепления подкрановых конструкций; крановых рельсов; креплений и упоров.

Nina A. Buzalo, Candidate of Technical Science, Professor, Professor of the Department of Urban Planning, Building and Structure Design, M.I. Platov South Russian State Polytechnic University, 132 Prosvescheniya St., Novocherkassk, 346428, Russian Federation; Scopus: 57190964121, ORCID: 0000-0002-6204-0214; E-mail: buzalo_n@mail.ru

Alexey A. Filileev, Postgraduate Student, Department of Urban Planning, Building and Structure Design, M.I. Platov South Russian State Polytechnic University, 132 Prosvescheniya St., Novocherkassk, 346428, Russian Federation; E-mail: Fil08@bk.ru

Andrey A. Silvanovich, postgraduate student at the Department of Urban Planning, Building and Structure Design, M.I. Platov South Russian State Polytechnic University, 132 Prosvescheniya St., Novocherkassk, 346428, Russian Federation; E-mail: andrey.sily@gmail.com

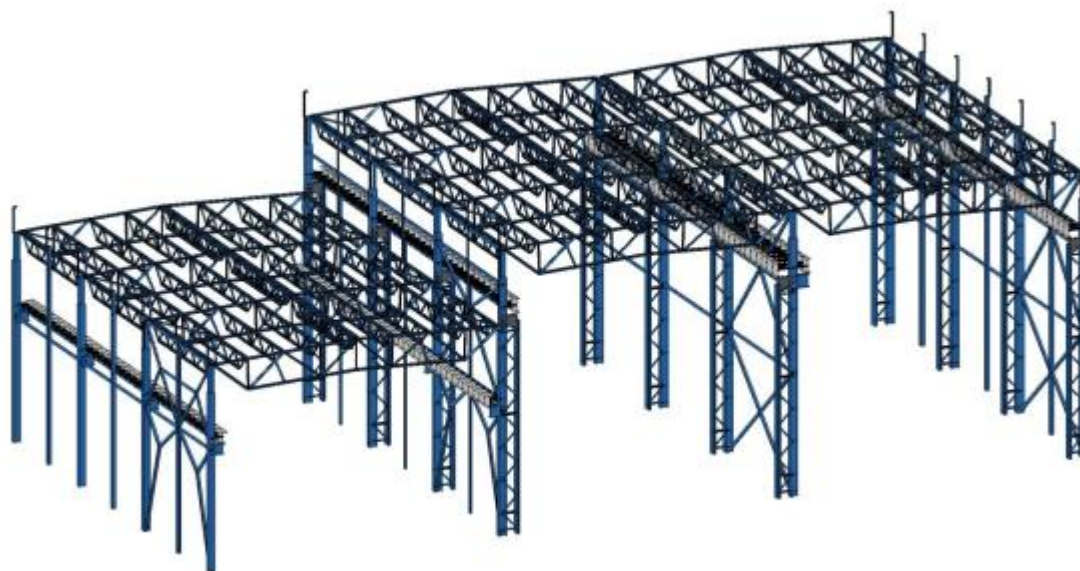


Рис. 1. Модель каркаса производственного здания с мостовыми кранами
Fig. 1. Model of the frame of an industrial building with overhead cranes

Подкрановые балки — конструкции, воспринимающие значительные изгибающие моменты, чаще всего представляют собой массивные сварные двутавры. Крановая нагрузка воспринимается подкрановыми балками, а затем через систему колонна – фундамент передается на основание. Для подкрановых конструкций характерны некоторые особенности, несвойственные другим элементам каркаса производственного здания: высокий уровень напряжений, большие величины вертикальных сосредоточенных крановых нагрузок (до 600–800 кН); значительные горизонтальные поперечные силы; динамический характер вертикальных и боковых воздействий кранов, сопровождающихся рывками и ударами. Следствием этих особенностей являются характерные повреждения подкрановых конструкций: усталостные трещины; расстройство соединений; ослабление узлов.

В соответствии с Федеральным законом от 21.07.1997 № 116-ФЗ «О промышленной безопасности опасных производственных объектов» к категории опасных производственных объектов относятся объекты, на которых используются стационарно установленные грузоподъемные механизмы (за исключением лифтов, подъемных платформ для инвалидов), эскалаторы в метрополитенах, канатные дороги, фуникулеры. Следовательно, здания, оборудованные мостовыми и подвесными кранами, относятся к опасным производственным объектам.

Обоснование долговечности и нормальной эксплуатации таких объектов основывается на экспертизе промышленной безопасности. Необходимо проведение большого объема изысканий, связанных с обследованием конструкций, выявлением их фактического состояния, характеристик металла, из которого они выполнены, анализом причин появления имеющихся дефектов и повреждений и оценкой технического состояния основных несущих конструкций поднадзорных сооружений. Повреждения стальных конструкций, появляющиеся и развивающиеся во время их эксплуатации, являются, как правило, следствием грубых нарушений правил технической эксплуатации или ошибок, допущенных при проектировании, дефектов изготовления, транспортирования и монтажа. Во многом наличие повреждений зависит от технического состояния мостового крана и кранового пути. Надо отметить, что на предприятиях, где организован постоянный надлежащий надзор за техническим состоянием мостовых кранов и подкрановых конструкций, они эксплуатируются продолжительное время без проблем, в то же время при отсутствии надлежащего надзора долговечность подкрановых конструкций существенно снижается.

МЕТОДЫ

Целый ряд организаций, таких как ЦНИИСК им. Кучеренко, ЦНИИПСК им. Мельникова, МГСУ, СПбГУПС, многие годы занимаются исследованием состояния подкрановых конструкций в процессе эксплуатации. Результатом исследований является фиксация факта, что независимо от конструктивных решений подкрановых конструкций, применяемых марок стали, вида соединения элементов в них неоднократно обнаруживались усталостные трещины, расстройство соединений, расшатывание узлов, приводящие к нарушению нормальной эксплуатации, ограничению или к остановке производственного процесса. Дефекты и повреждения снижают несущую способность подкрановых конструкций, уменьшают их остаточный ресурс и могут быть причиной их разрушения. Степень опасности одного и того же дефекта или повреждения различна и зависит от вида подкрановой конструкции, напряженно-деформированного состояния, условия работы конструкции. Во многих случаях главной проблемой являются усталостные повреждения, приводящие к необходимости замены рельсов и балок.

Трещины и повреждения возникают наиболее часто в зоне верхнего пояса подкрановых балок (по свидетельству [1] доля этих трещин составляет до 90 % от общего количества повреждений), в местах крепления подкрановых балок и тормозных конструкций к колоннам. В зоне прикрепления опорного ребра к балке трещины появляются вследствие дефектов изготовления опорного ребра и дефектов сварных швов, прикрепляющих ребра к стенке балки. В неразрезных подкрановых балках возможно возникновение трещин в зоне нижнего пояса балки. Локальные разрушения верхних поясных швов составных подкрановых балок и трещины в околошовной зоне стенки, как правило, обнаруживаются в местах стыков крановых рельсов из-за ударного воздействия катка крана, вызванного различным износом концов рельса и ослаблением крепежных элементов рельса. Эксплуатация стальных подкрановых балок с трещинами не допускается нормативными ограничениями Ростехнадзора, что приводит к значительным финансовым потерям, связанным с остановкой производства, выводом поврежденных подкрановых балок из эксплуатации и их заменой или ремонтом [2–4]. Однако опыт обследований эксплуатируемых подкрановых балок показал, что во многих случаях они имеют запасы несущей способности, которые при начальном развитии трещин позволяют временно эксплуатировать поврежденные балки до ремонта или замены [5–7].

Помимо трещин, повреждения подкрановых балок бывают связаны с механическими воздействиями и коррозией металла (рис. 2). Возможно отсутствие и ослабление болтов в опорных ребрах балок; выпучивание опорных ребер в плоскости стенки балки; отсутствие и ослабление болтов крепления балок к колоннам. Недостаточное количество достоверных результатов исследования влияния коррозионных и механических повреждений, усталостных трещин в околошовных зонах стенки, сварных швах на напряженно-деформированные и предельные состояния подкрановых балок не позволяет оценить возможность временной эксплуатации подкрановых балок с повреждениями [8, 9].

В ряде работ [13, 16] предлагается классификация дефектов и повреждений подкрановых конструкций по следующим категориям:

- механические — могут возникнуть по причинам запроектных воздействий на конструкцию. Например, столкновение движущихся частей мостовых кранов с элементами подкрановых конструкций, самостоятельное удаление или добавление элементов и узлов в обход проектной документации (рис. 5, а). В результате подкрановые балки могут получить ослабления в виде вмятин, вырезов, выкусов, уменьшения сечений;



Рис. 2. Механические (а) и коррозионные (b) повреждения подкрановых балок
Fig. 2. Mechanical (a) and corrosion (b) damage to crane beams

- химические — могут быть вызваны воздействием агрессивной среды на элементы не в достаточной степени защищенных стальных подкрановых балок. Особенно часто подобные повреждения встречаются в открытых крановых эстакадах, на предприятиях химической и пищевой промышленности (рис. 5, б);

- конструктивные — связанные с ошибками сборки сварных конструкций на заводе-изготовителе, ошибками в проектной документации, ошибками при монтаже конструкций.

Оценка прочностных характеристик металла эксплуатируемых, подкрановых конструкций при обследовании проводится по рабочим чертежам, данным заводских сертификатов (если они имеются) или по результатам испытаний образцов. Испытания образцов проводят при отсутствии исполнительной документации или сертификатов, а также при недостаточности имеющихся в них сведений или при обнаружении повреждений, которые могли быть вызваны низким качеством металла конструкций и соединений. Для сталей, у которых приведенные в сертификатах или полученные при испытаниях значения предела текучести и временного сопротивления ниже, чем предусмотренные государственными стандартами или техническими условиями на сталь, действовавшими в период строительства, принимаются по минимальным значениям предела текучести, приведенным в сертификатах или полученным при испытаниях [10–12].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для продления срока эксплуатации зданий и сооружений, исчерпавших свой нормативный ресурс, появляется необходимость искать резервы несущей способности существующих конструкций [15]. Это требует развития методов определения напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкций для расчета надежности подкрановых балок. Определение НДС элементов конструкции в настоящее время выполняется, как правило, с использованием современных программно-вычислительных комплексов, которые позволяют решать все более сложные задачи, в том числе с учетом физической, геометрической и конструктивной нелинейности. В 2021 г. введен в действие СП 333.1325800.2020 «Информационное моделирование в строительстве. Правила формирования информационной модели объектов на различных стадиях жизненного цикла», которым установлены формулировки и требования, регламентирующие информационное моделирование в РФ. Согласно этому документу, создаваемые модели элементов конструкций должны максимально приближаться к реальности: более точно учитывать форму и размеры деталей, жесткость соединений элементов, нелинейную работу материалов и прочие исходные параметры. В то же время чрезмерная детализация расчетной схемы и учет различных типов нелинейности являются неоправданными во многих случаях с

точки зрения затрачиваемых на это ресурсов. Сопряжения элементов друг с другом бывает достаточно описать упрощенно без детализации размеров соединений и их жесткостей.

Моделирование тонкостенных профилей (рис. 3), у которых длина элемента существенно больше размеров сечения ($L \gg b, h$) и в то же время размеры сечения значительно превосходят толщину проката ($b, h \gg s, t$), может выполняться:

- оболочечными конечными элементами (shell). В этом случае каждый узел расчетной сетки в уравнении, описывающем взаимодействие соседних узлов, имеет шесть степеней свободы ($U_x, U_y, U_z, R_x, R_y, R_z$), соответственно узлами передаются изгибающие моменты и нет податливых перемещений. Оболочечные элементы не имеют характеристик упругости в направлении, перпендикулярном плоскости элемента;

- объемными конечными элементами (solid). В этом случае каждый узел расчетной сетки в уравнении, описывающем жесткость взаимодействия соседних узлов, имеет три степени свободы (U_x, U_y, U_z), соответственно все узлы «шарнирные» (не передают моменты).

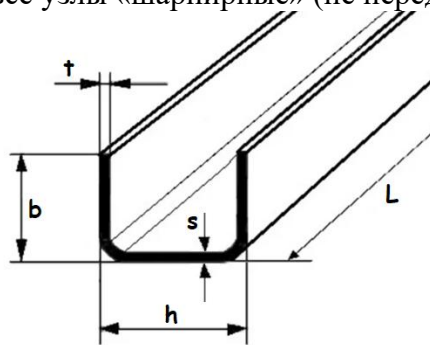


Рис. 3. Соотношение размеров профиля
Fig. 3. Profile size ratio

Для расчета применены сетки, различные по размеру — 5, 10, 25 и 50 мм. Использовались двумерные shell-элементы и трехмерные solid-элементы (рис. 4).

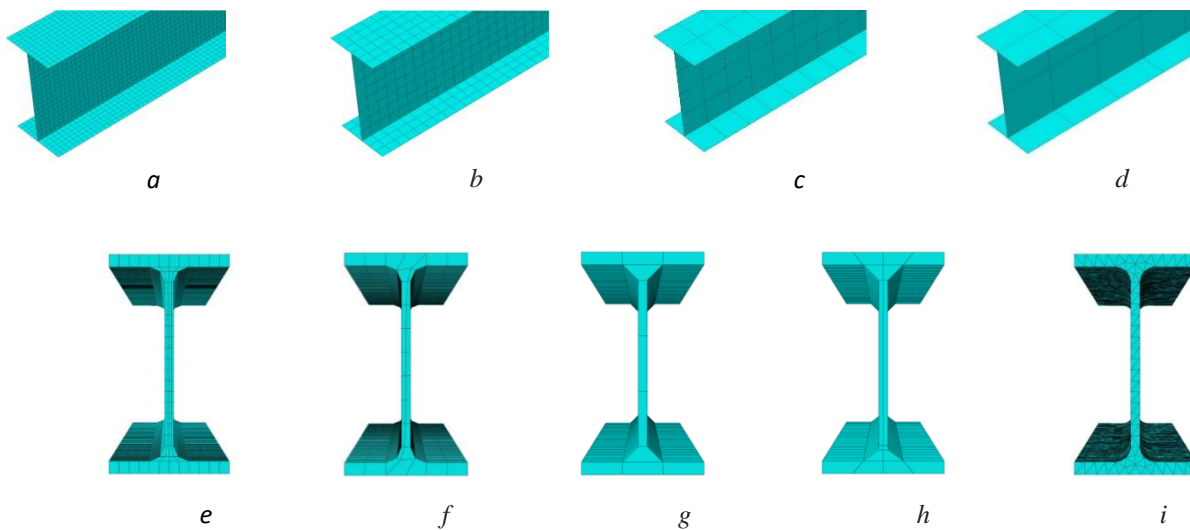


Рис. 4. Типы разбиения сетки (mesh) модели балки: *a* — shell 5 мм; *b* — shell 10 мм; *c* — shell 25 мм; *d* — shell 50 мм; *e* — solid 5 мм; *f* — solid 10 мм; *g* — solid 25 мм; *h* — solid 50 мм; *i* — triangular 5 мм

Fig. 4. Types of mesh division for the beam model: *a* — shell 5 mm; *b* — shell 10 mm; *c* — shell 25 mm; *d* — shell 50 mm; *e* — solid 5 mm; *f* — solid 10 mm; *g* — solid 25 mm; *h* — solid 50 mm; *i* — triangular 5 mm

Трехмерная модель использовалась для сравнения разных методов расчета: квадратичный/линейный, полный/сокращенный анализ (quadratic/linear, full/reduced integration). Сравни-

вались две модели с размерной сеткой 5 мм с гексагонами и тетраэдрами [15]. Для сравнительного анализа также использовались разные размерные сетки трехмерной модели, аналогичные двумерной — 5, 10, 25 и 50 мм.

Результаты сравнения примененных моделей по затратам времени расчета показаны на рис. 5.

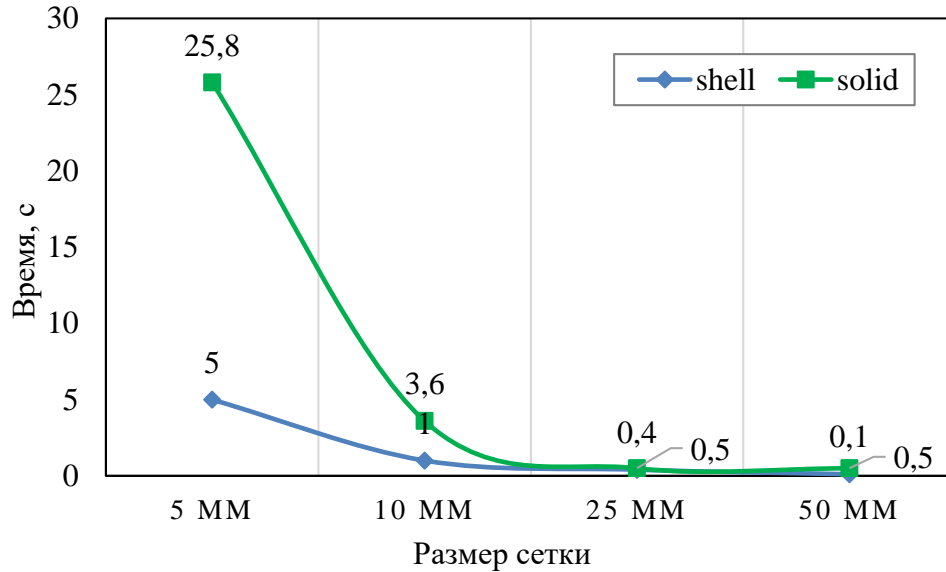


Рис. 5. Зависимость времени расчета от размера и типа сетки
Fig. 5. Dependence of calculation time on grid size and type

Для корректного решения по распространению изгибающих и крутящих моментов в конструкции требуется не менее 3-4 слоев элементов по толщине профиля (рис. 6). Это приводит к значительному росту количества элементов по длине профиля для обеспечения качества элементов. Так как каждый объемный элемент имеет геометрические характеристики в трех измерениях в собственной системе координат, он имеет упругую податливость во всех направлениях.

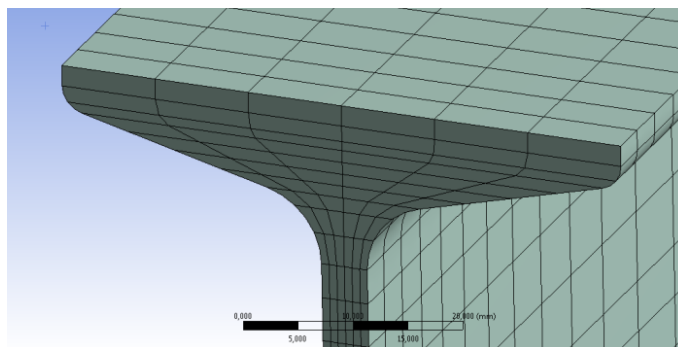


Рис. 6. Разбиение профиля при моделировании объемными конечными элементами (solid)
Fig. 6. Profile breakdown when modeling with solid finite elements

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение современных САЕ-пакетов для моделирования и анализа поведения подкрановых конструкций в различных условиях без необходимости создавать физические прототипы позволяет снизить материальные и временные затраты при исследовании НДС получивших повреждения эксплуатируемых металлических подкрановых конструкций. Внедрение численного моделирования подкрановых конструкций и их узлов позволяет уточнить расчетные схемы, учесть пространственную работу, реальные свойства материалов, в том числе и поведение материала за пределом упругости, неоднородности, вызванные повреждениями, приводящие к концентрации напряжений — увеличение напряжений в малых областях, прилегающих к местам неоднородностей [15, 16]. Опыт обследования производственных предприятий показывает, что разрушение зарождается в локальных зонах сечения, в местах резкого изменения формы сечения, в области конструктивных или технологических концентраторов напряжений: в сварных швах, краях отверстий, сопряжениях элементов конструкций, в местах механических повреждений и трещин металла.

Основные задачи при определении надежности подкрановых конструкций — установление закономерностей возникновения отказов, изучение влияния внешних и внутренних факторов на НДС, установление количественных характеристик и методов оценки надежности [17–19]. Для этого необходимо установить зависимость основных показателей надежности от параметров, ее определяющих: физических свойств материала и соединений конструкции, от процессов изменения этих свойств, от интенсивности эксплуатационных воздействий (грузоподъемности и режима работы кранов), наличия коррозионных повреждений с учетом случайного характера величин и процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Забродин М.П., Веселов В.В.* К определению ресурса работоспособности эксплуатируемых стальных подкрановых балок // Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций : мат. V науч.-техн. конф. СПб. : ВИТУ, 2001. С. 21–24.
2. *Белый Г.И., Кубасевич А.Е.* Несущая способность подкрановых балок с усталостными трещинами в стенке // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 2 (91). С. 24–29.
3. *Кубасевич А.Е.* Работа подкрановых балок с усталостными трещинами в зоне сжатого пояса // Вестник гражданских инженеров. 2021. № 3 (86). С. 64–70.
4. *Скляднев А.И., Сердюк В.В.* Усталостная долговечность и мера повреждаемости верхней зоны стенки сварных подкрановых балок // Безопасность труда в промышленности. 2004. № 11. С. 34–36
5. *Забродин М.П., Свитин В.В., Веселов В.В.* К оценке технического состояния эксплуатируемых стальных подкрановых балок с определением ресурса их работоспособности // Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций : мат. VI науч.-техн. конф. СПб. : ВИТУ, 2002. С. 54–58.
6. *Веселов В.В.* Несущая способность эксплуатируемых стальных подкрановых балок по результатам натуральных обследований // Железнодорожный транспорт: проблемы и решения : межвуз. сб. науч. тр.. Вып. 6. СПб. : ПГУПС, 2003. С. 35–37.
7. *Белый Г.И., Кубасевич А.Е.* Влияние геометрических несовершенств сжатого пояса на несущую способность подкрановых балок с усталостными трещинами в стенке // Вестник гражданских инженеров. 2022. № 3 (92). С. 14–20.
8. *Фын Сю-Цзюнь, Линь Синь Шань, Фан Туан.* Исследование усталостных повреждений верхней зоны стенок стальных подкрановых балок // Промышленное и гражданское строительство. 1994. № 11=12. С. 33–35.
9. *Забродин М.П., Веселов В.В.* Расчет надежности и прогнозирование остаточного ресурса работоспособности эксплуатируемых стальных подкрановых балок // Исследование и разработки ресурсосберегающих технологий на ж/д транспорте : межвуз. сб. науч. тр. с междунар. участием. – Самара : СГАПС, 2002. С. 401–403.
10. *Castro J.T.P., Freire J.L.F., Vieira R.D.* Fatigue life prediction of repaired welded structures // Journal of Constructional Steel Research. 1994. Vol. 2 (28). Pp. 187–195.
11. *Dong S.E., Chen Q.* Probe on the Stress of the Support Crack of Welded Crane Beams // Applied Mechanics and Materials. 2014. Vol. 501, 504. Pp. 710–716.
12. *Rettenmeier P., Roos E., Weihe S.* Fatigue analysis of multiaxially loaded crane runway structures including welding residual stress effects // International Journal of Fatigue. 2016. Vol. 82. Pp. 179–187.

13. Пособие по проектированию усиления стальных конструкций (к СНиП II-23-81*). Издание официальное. М. : Стройиздат, 1989. 160 с.
14. Wardenier J., de Vries P., Timmerman G. Fatigue behaviour of a welded I-section under a concentrated compression (wheel) load // *Journal of Constructional Steel Research*. 2018. Vol. 140. Pp. 163–173.
15. Черныховский Б.А., Бузало Н.А., Алексеева А.С. Modeling of Damages of Steel Structures of Industrial Buildings // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1425 (1). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1425/1/012057/pdf>
16. Веселов В.В. Ресурсы работоспособности подкрановых балок при наличии дефектов и повреждений // *Вестник инженеров электромехаников ж/д транспорта*. – Самара : СГАПС, 2003. Вып. 1. С. 384–387.
17. Забродин М.П., Веселов В.В. К вопросу об определении эксплуатационной надежности стальных подкрановых балок // *Дефекты зданий и сооружений. Усиление строительных конструкций : мат. IX науч.-техн. конф.* СПб. : ВШУ, 2005. С. 46–49.
18. Орлова М.А., Козырев С.А. Реализация технологии информационного моделирования при проектировании конструкций одноэтажного производственного здания // *Железобетонные конструкции*. 2023. № 3 (3). С. 75–85. DOI: 10.22227/2949-1622.2023.3.75-85
19. Тамразян А.Г. К анализу надежности конструкций балочных систем // *Железобетонные конструкции*. 2023. № 4 (4). С. 13–19. DOI: 10.22227/2949-1622.2023.4.13-19

REFERENCES

1. Zabrodin M.P., Veselov V.V. Determining the service life of steel crane beams in operation. *Defects in buildings and structures. Reinforcement of building structures : materials from the 5th scientific and technical conference*. St. Petersburg, VITU, 2001; 21-24. (in Russian).
2. Belyi G.I., Kubasevich A.E. Load-bearing capacity of crane beams with fatigue cracks in the wall. *Bulletin of Civil Engineers*. 2022; 2(91):24-29. (in Russian).
3. Kubasevich A.E. Operation of crane beams with fatigue cracks in the compressed belt zone. *Bulletin of Civil Engineers*. 2021; 3(86):64-70. (in Russian).
4. Sklyadnev A.I., Serdyuk V.V. Fatigue durability and damageability of the upper zone of the wall of welded crane beams. *Occupational Safety in Industry*. 2004; 11:34-36. (in Russian).
5. Zabrodin M.P., Svitin V.V., Veselov V.V. Assessment of the technical condition of steel crane beams in operation with determination of their service life. *Defects in buildings and structures. Reinforcement of building structures : materials from the 6th scientific and technical conference*. St. Petersburg, VITU, 2002; 54-58. (in Russian).
6. Veselov V.V. Load-bearing capacity of steel crane beams in operation based on the results of field surveys. *Railway transport: problems and solutions : interuniversity collection of scientific papers. Issue 6*. St. Petersburg, PGUPS, 2003; 35-37. (in Russian).
7. Belyi G.I., Kubasevich A.E. The influence of geometric imperfections in the compressed flange on the load-bearing capacity of crane beams with fatigue cracks in the web. *Bulletin of Civil Engineers*. 2022; 3(92):14-20. (in Russian).
8. Fyn Xiu-Jun, Lin Xin Shan, Fang Tian. Investigation of fatigue damage to the upper zone of steel crane beam walls. *Industrial and Civil Construction*. 1994; 11-12:33-35. (in Russian).
9. Zabrodin M.P., Veselov V.V. Calculation of reliability and prediction of the residual service life of steel crane beams in operation. *Research and development of resource-saving technologies in railway transport : Interuniversity collection of scientific papers with international participation*. Samara, SGAPS, 2002; 401-403. (in Russian).
10. Castro J.T.P., Freire J.L.F., Vieira R.D. Fatigue life prediction of repaired welded structures. *Journal of Constructional Steel Research*. 1994; 2(28):187-195.
11. Dong S.E., Chen Q. Probe on the Stress of the Support Crack of Welded Crane Beams. *Applied Mechanics and Materials*. 2014; 501-504:710-716.
12. Rettenmeier P., Roos E., Weihe S. Fatigue analysis of multiaxially loaded crane runway structures including welding residual stress effects. *International Journal of Fatigue*. 2016; 82:179-187.
13. Manual for the design of reinforced steel structures (to SNiP II-23-81*). Official publication. Moscow, Stroyizdat, 1989; 160. (in Russian).
14. Wardenier J., de Vries P., Timmerman G. Fatigue behaviour of a welded I-section under a concentrated compression (wheel) load. *Journal of Constructional Steel Research*. 2018; 140:163-173.
15. Chernykhovsky B.A., Buzalo N.A., Alekseeva A.S. Modeling of Damages of Steel Structures of Industrial Buildings. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020; 1425(1). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1425/1/012057/pdf>
16. Veselov V.V. Resources for the operability of crane beams in the presence of defects and damage. *Bulletin of Railway Transport Electromechanical Engineers*. Samara, SGAPS, 2003; 1:84-387. (in Russian).

17. Zabrodin M.P., Veselov V.V. On the issue of determining the operational reliability of steel crane beams. *Defects in buildings and structures. Reinforcement of building structures : materials from the IX scientific and technical conference*. St. Petersburg, VSU, 2005; 46-49. (in Russian).
18. Orlova M.A., Kozyrev S.A. Implementation of Information Modelling Technology in Design of Structures of a Single-Storey Industrial Building. *Reinforced concrete structures*. 2023; 3(3):75-85. DOI: 10.22227/2949-1622.2023.3.75-85 (in Russian).
19. Tamrazyan A.G. To the Analysis of the Reliability of Structures of Beam Systems. *Reinforced concrete structures*. 2023; 4(4):13-19. DOI: 10.22227/2949-1622.2023.4.13-19 (in Russian).

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

В журнале «Железобетонные конструкции» публикуются оригинальные, ранее не опубликованные статьи, содержащие полученные авторами новые научные результаты, представляющие международный интерес. Статьи публикуются для широкой международной читательской аудитории.

Статьи принимаются по следующим тематикам:

- Обоснование, исследование и разработка новых типов несущих и ограждающих железобетонных конструкций.
- Обоснование, разработка и оптимизация конструктивных решений зданий и сооружений с учетом протекающих в них процессов, природно-климатических условий, экономической и конструкционной безопасности на основе математического моделирования с использованием автоматизированных средств исследований и проектирования.
- Создание и развитие эффективных методов расчета и экспериментальных исследований вновь возводимых, восстанавливаемых и усиливаемых строительных конструкций, наиболее полно учитывающих специфику воздействий на них, свойства материалов, специфику конструктивных решений и другие особенности.
- Разработка и совершенствование методов и систем контроля качества строительных конструкций зданий и сооружений в период их строительства, эксплуатации, усиления и восстановления.
- Методы оценки, мониторинга и диагностики технического состояния, усиление и восстановление конструкций и элементов эксплуатируемых зданий и сооружений.
- Оптимальное проектирование железобетонных конструкций.
- Исследование конструктивной безопасности и живучести строительных систем при проектных и запроектных воздействиях.
- Разработка методов расчета железобетонных конструкций при различных силовых и средовых воздействиях, прогнозирование сроков их службы.
- Снижение рисков и обеспечение надежности и конструктивной безопасности зданий и сооружений при чрезвычайных ситуациях природного и техногенного характера (огневых, различных динамических, аварийных ударных) и запроектных воздействиях.
- Развитие теории расчета железобетонных конструкций.
- Сейсмостойкость зданий и сооружений.
- Компьютерное моделирование в строительстве.

К рассмотрению принимаются статьи со структурой, соответствующей международному стандарту **IMRAD**.

1. **Введение (Introduction)**. Раздел, который начинается с описания объекта исследования, затем формулируется актуальность исследования. Приводится обзор мировой литературы, подтверждающий отсутствие в литературных источниках решения данной задачи и указывающий предшественников, на исследованиях которых базируется работа. Формулируется постановка цели исследования, вытекающая из результатов обзора литературы и содержащая перечень намеченных к решению задач.

2. **Метод (Methods)**. В данном разделе подробно описывается выбранный метод исследования. Метод должен быть расписан таким образом, чтобы другой исследователь был способен его воспроизвести.

3. **Результаты и обсуждение (Results and Discussion)**. Результаты рекомендуется представлять преимущественно в виде таблиц, графиков и других иллюстраций. Этот раздел включает анализ полученных результатов, их интерпретацию, сравнение с результатами других авторов.

4. **Заключение (Conclusions)**, в котором кратко подводятся итоги научного исследования. Заключение содержит нумерованные выводы, кратко формулирующие основные научные результаты статьи как установленные авторами зависимости (связи) между параметрами объекта исследования. Выводы должны логически соответствовать поставленным в начале статьи задачам.

5. **Благодарности (Acknowledgement)**. Данный раздел не является обязательным, в нем выражается благодарность за финансовую, информационную и другую поддержку, оказанную в ходе написания статьи.

Представительный список литературы к обзору состояния исследований в мировой научной литературе по рассматриваемой в статье проблеме (раздел **Введение**) характеризует актуальность и качественный уровень проведенных автором исследований. Данные рекомендации составлены согласно общемировым тенденциям и способствуют большей открытости научных публикаций, а также улучшают показатели статей и их авторов в базах данных.

Рекомендации по полноте и представительности:

1. **Объем**. В список литературы рекомендуется включать ссылки на научные статьи, монографии, сборники статей, сборники конференций, электронные ресурсы с указанием даты обращения, патенты. Рекомендуемый объем списка литературы — 20–40 источников, не считая труднодоступных и нормативных источников, а также ссылок на интернет-ресурсы, не являющиеся научными периодическими изданиями. Под труднодоступными ис-

точниками понимаются отчеты, альбомы типовых решений и другие подобные источники, отсутствующие в КАТАЛОГАХ ведущих российских библиотек-депозитариев (ГПНТБ, РНБ, РГБ). Под нормативными источниками понимаются законы, ГОСТы, СНиПы, СП, а также их иностранные аналоги. Под интернет-ресурсами понимаются сайты в сети Интернет, публикующие информацию без осуществления научного рецензирования. Труднодоступные и нормативные источники рекомендуется упоминать в тексте статьи. Настоятельно не рекомендуем включать в список литературы ссылки на диссертации, авторефераты диссертаций, учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций и другую учебную литературу.

2. Актуальность. Для представительного обзора литературы необходимо, чтобы источники были актуальными. Рекомендуем иметь в списке литературы не менее 8 публикаций, опубликованных за последние 10 лет, 5 из них — не старше 3 лет.

3. География. Согласно требованиям журнала, обзор литературы должен подтверждать отсутствие решения поставленной цели в мировой литературе, в связи с чем рекомендуем иметь в списке литературы не только российские, но и иностранные публикации. Рекомендуемый объем — не менее половины от общего числа источников в списке литературы. Под иностранными источниками понимаются публикации, опубликованные в иностранном журнале (не российском). Язык публикации в данном случае не имеет значения.

4. Уровень публикаций. Рекомендуется, чтобы не менее 6 из иностранных и не менее 6 из российских источников были включены в один из ведущих индексов цитирования:

- Web of Science;
- Scopus;
- Российский индекс научного цитирования.

5. Самоцитирование. В рамках ограничения самоцитирования **не рекомендуется включать более 5 источников, автором или соавтором которых являются авторы статьи.**

Цитируемая литература приводится общим списком в конце статьи в порядке упоминания источников в тексте. Порядковый номер в тексте заключается в квадратные скобки (например, [9], [11, 12], [16–20]). Текст статьи должен содержать ссылки на все источники из списка литературы.

Просим Вас при ссылке на источник использовать его официальные метаданные как на русском, так и на английском языке, указанные в источнике. Приветствуется указывать DOI в случае его наличия.

Список литературы на русском языке должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.0.5–2008.

Рекомендуется при оформлении списка литературы использовать приложение Mendeley для Windows или Mac — <https://www.mendeley.com> Стиль оформления русскоязычного списка литературы — Russian GOST R 7.0.5–2008 (numeric).

В списке литературы на английском языке русскоязычные источники, не имеющие перевода на английский язык, указываются в транслитерации и с приблизительным переводом на английский язык в квадратных скобках. Транслитерация осуществляется по системе Библиотеки Конгресса США (ALA-LC).

Рекомендуемый объем статей: от 15 000 до 30 000 знаков с пробелами.

Гарнитура шрифта — Times New Roman. Размер шрифта основного текста — 12; заглавия — 14; аннотации, подрисуночных надписей, содержания таблиц, списка литературы — 10, междустрочный интервал — оди-нарный, абзацный отступ — 0,75 см.

С полной версией требований к оформлению научных статей можно ознакомиться на сайте:
<https://g-b-k.ru>